EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

Programa de Estudios

de la UAC del Componente Fundamental Extendido

Taller de Probabilidad y Estadística I

Quinto Semestre

Clave: 30532-0002-23FE

EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

DGB

Primera edición, 2024

Secretaría de Educación Pública

Subsecretaría de Educación Media Superior

Dirección General del Bachillerato

Av. Revolución 1425, Col. Campestre.

Álvaro Obregón, C.P. 01040, Ciudad de México.

Distribución gratuita.

Prohibida su venta.

Contenido

Presentación

La Dirección General del Bachillerato (DGB) presenta las Progresiones de Aprendizaje de las diversas Áreas de Conocimiento y de los Recursos Sociocognitivos del Componente de Formación Fundamental Extendido, para el Plan de estudios propio de esta Dirección General.

Estas tienen su sustento, teórica y conceptualmente, en el modelo educativo del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS)[1], y dan cumplimiento a las atribuciones conferidas a esta Dirección General por el Reglamento Interior de la Secretaría de Educación Pública (SEP), en el cual se establece, en el Artículo 19 Fracciones I y II la importancia de "*proponer las normas pedagógicas, contenidos, planes y programas de estudio, métodos, materiales didácticos e instrumentos para la evaluación del aprendizaje del bachillerato general, en sus diferentes modalidades y enfoques, y difundir los vigentes*"; además de "*impulsar las reformas curriculares de los estudios de bachillerato que resulten necesarias para responder a los requerimientos de la sociedad del conocimiento y del desarrollo sustentable*"(RISEP, 2020).

En este sentido, los planteamientos del MCCEMS buscan una formación integral en el estudiantado mediante el desarrollo de la capacidad creadora, productiva, libre y digna del ser humano, conformando una ciudadanía que tenga amor al país, a su cultura e historia. Por ello, el Bachillerato General plantea las diversas Unidades de Aprendizaje Curricular (UAC) para que, con sus estudiantes egresados y egresadas contribuya al logro de su objetivo específico, el cual radica en la "*conformación de una ciudadanía reflexiva, con capacidad de formular y asumir responsabilidades de manera comunitaria, interactuar en contextos plurales y propositivos, trazarse metas y aprender de manera continua y colaborativa*".

En este contexto, se presenta la UAC Taller de Probabilidad y Estadística I específicas del Bachillerato General, con objetivos delimitados acorde a las características del subsistema y de la población a la cual se dirige.

El documento se encuentra conformado por apartados mediante los cuales se describe no solo la fundamentación, sino los elementos claves para su implementación en el aula. El primero corresponde a la justificación del Área o Recurso Sociocognitivo, qué lugar ocupa y cuál es su función al interior del

---

[1] El cual puede ser consultado a través del siguiente enlace: https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13516/1/images/Documento%20base%20MCCEMS.pdf

currículo de la Educación Media Superior (EMS); el segundo, pertenece a los fundamentos donde se concentra la relevancia y propósitos del Área, así como su impacto en la comunidad; el tercero se refiere a los conceptos básicos diferentes según el Área de conocimiento o Recurso Sociocognitivo de la UAC; y en el cuarto se desarrollan las progresiones de aprendizaje que se elaboraron de manera colegiada por personal docente de diversos estados con experiencia disciplinar, así como con personal colaborador de la Dirección General del Bachillerato, para finalmente contar con la revisión y validación por parte de la Coordinación Sectorial de Fortalecimiento Académico de la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS).

Programa de Estudios de Taller de Probabilidad y Estadística I

Semestre	Quinto	
Créditos	6	
Componente	Fundamental extendido	
Horas de Mediación Docente	**Semestral**	**Semanal**
	48	3

I. Introducción

Educar en el siglo XXI demanda una visión holística y transversal de nuestro entorno para hacer frente a los retos del futuro, modificando el presente a través de los aprendizajes y experiencias del pasado, y para ello, la actividad matemática nos proporciona herramientas que van más allá de algoritmos y formalismos. La construcción de las ideas matemáticas en el estudiantado está asociada a diversos factores tales como la comunicación, representación, visualización, imaginación e intuición, y es el resultado de aproximaciones sucesivas construidas a través de significados aritméticos, algebraicos, geométricos, estocásticos y variacionales, considerando aspectos culturales, históricos e institucionales.

El estudio particular de las matemáticas en la actualidad necesita de una deconstrucción que permita establecer líneas claras de aplicabilidad con el objetivo de hacerlas atractivas para el estudiantado. En nuestro mundo existen fenómenos de tan variada naturaleza y parece casi imposible hacer un análisis exhaustivo de todos, sin embargo, la probabilidad ofrece una herramienta fundamental para aquellos que dependen del azar y que se pueden encontrar a la vista de todas y todos.

El **Taller de Probabilidad y Estadística I (TPEI)** es una unidad que se centra en el análisis e interpretación de datos para la toma de decisiones informadas en el contexto del siglo XXI. Dirigido al estudiantado con conocimientos previos en probabilidad y estadística básica, el taller profundiza en conceptos y técnicas probabilísticas esenciales para abordar problemas del mundo real en diversos campos.

La Unidad de Aprendizaje Curricular (UAC) Taller de Probabilidad y Estadística I forma parte del Currículum Fundamental Extendido, la cual desempeña un papel de transversalidad para lograr los aprendizajes de trayectoria. Busca ofrecer al estudiantado, herramientas y habilidades formales de la Probabilidad que complementan a Pensamiento Matemático I y que le serán de utilidad sin importar el derrotero que sea elegido al terminar el bachillerato; al tener esta UAC el carácter de taller no solo se revisarán definiciones sino que se trabajarán ejercicios, experimentos y problemas para abordar los tópicos de espacio muestral, técnicas avanzadas de conteo y cálculo de probabilidades, teorema de Bayes, variables aleatorias, función de probabilidad, esperanza matemática, caminos aleatorios concluyendo con distribuciones de probabilidad: Bernoulli, binomial, Poisson, exponencial y normal.

El Taller de Probabilidad y Estadística I es el acercamiento del estudiantado de quinto semestre al entendimiento específico de fenómenos probabilísticos existentes en su contexto; en esta UAC se ofrecen profundizaciones de temas vistos anteriormente y se introducen nuevos temas a fin de que también se obtengan experiencias de aprendizajes que ayuden tanto en su vida diaria como al tránsito al nivel superior.

Su relevancia radica en el desarrollo de habilidades como la observación, intuición, argumentación, modelación y comunicación que abonen al entendimiento de su contexto, su comunidad y su historia permitiendo que tome decisiones conscientes e informadas sobre su realidad que le ayuden en la construcción de su proyecto de vida.

En el Taller de Probabilidad y Estadística I se evitan los desarrollos rigurosos y exhaustivos, optando por la naturaleza creativa y vivencial de la probabilidad. Si bien se presentarán contenidos fundamentales para el modelaje de diversas situaciones, se espera que el desarrollo progresivo de la UAC sea un andamiaje atractivo que ofrezca nuevas interpretaciones del mundo a la par de conocimientos matemáticos, aplicación coherente de la realidad probabilística de los eventos y el desarrollo de una intuición lógica-deductiva acerca de lo que ocurre a su alrededor.

Unidades de Aprendizaje Curricular	Semestre	Horas Semanales			Horas Semestrales			Créditos
		MD	EI	Total	MD	EI	Total	
Taller de Probabilidad y Estadística I	5	3	45 minutos	3 horas 45 minutos	48	12	60	6

II. Aprendizajes de trayectoria

El Taller de Probabilidad y Estadística I, al formar parte del Recurso sociocognitivo de Pensamiento Matemático, considera los mismos aprendizajes de trayectoria, los cuales se explicitan en el acuerdo secretarial 09/08/23 y se presentan a continuación:

- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
- Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).
- Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.
- Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.

III. Progresiones de aprendizaje, metas de aprendizaje, categorías y subcategorías

El Taller de Probabilidad y Estadística I, al formar parte del Recurso sociocognitivo de Pensamiento Matemático, considera las mismas categorías, subcategorías y metas de aprendizaje, las cuales se explicitan en el acuerdo secretarial 09/08/23 y se presentan a continuación:

Planteamiento general

La incertidumbre es una condición inseparable del ser humano y la variabilidad inherente a diversos fenómenos de nuestra cotidianidad ha impulsado a la humanidad a idear formas de comprender de mejor manera el azar. Por otro lado, la época en la que vivimos se caracteriza por la abrumadora cantidad de información con la que tenemos contacto diariamente a través de diversos medios de comunicación. Ambas condiciones hacen indispensable que en el bachillerato busquemos formar seres humanos con habilidades de discernimiento y con una conciencia sobre los múltiples factores que nos arrojan a la incertidumbre para que puedan cuantificarla lo mejor posible, y así, les sea posible tomar decisiones más razonadas.

Categorías y subcategorías

Categoría I. Procedural

Esta categoría engloba los procesos propios de la ejecución mecanizada e incluso automatizada de algoritmos y procedimientos, así como también el acto de interpretar los resultados que arrojan dichos procedimientos algorítmicos.

Subcategorías

Elementos aritméticos-algebraicos

Comprende los recursos procedurales involucrados en la manipulación tanto aritmética como algebraica de objetos matemáticos.

Elementos geométricos

Se refiere a la manipulación de objetos geométricos tales como puntos, líneas, figuras, planos, etc. Algunas veces relacionados con propiedades o con sistemas de referencia mediante el uso de coordenadas y/o magnitudes.

Elementos variacionales

Comprende los recursos procedurales involucrados en la manipulación de objetos matemáticos relacionados con la variación tales como funciones y límites.

Manejo de datos e incertidumbre

Considera el uso e interpretación de datos y el cálculo de posibilidades. Incluye desde la recolección de datos, la revisión de los términos básicos utilizados en probabilidad y estadística, y las formas en que se recolectan datos a partir de una necesidad específica, así como las ventajas de elegir una forma para organizarlos, interpretarlos y utilizarlos en la toma de decisiones en ambientes de incertidumbre.

La primera categoría constituye un grupo inicial de recursos y corresponden al dominio de los recursos procedurales, lleva a describir y ejecutar procedimientos matemáticos, en forma sintética o extendida, automatizada o como una secuencia razonada de pasos. En las diferentes áreas de la matemática hay formas de hacer, de resolver, de simplificar, etc., por eso su contenido se vuelve un valioso recurso al emplearlos en la solución de problemas y en la toma de decisiones.

Categoría 2. Procesos de Intuición y razonamiento

Esta categoría incluye procesos fundamentales en el quehacer matemático como lo son la observación, la intuición, el acto de formular conjeturas y la argumentación. La matemática tiene una cualidad dual: la intuición y la formalidad. Todo descubrimiento o creación matemática parte de la intuición, de un chispazo que resulta complicado de describir, el cual no se articula a través de una serie de pasos lógicos secuenciales. La forma en que una idea nace casi nunca es lógica. Por otro lado, la matemática exige, para poder continuar desarrollándose, la formalización y presentación lógica y formal de aquellas ideas que el individuo aprehendió intuitivamente; de suerte tal que existe una especie de proceso dialéctico en el desarrollo de la matemática que va de la intuición a la formalidad y que se repite constantemente.

Es importante mencionar que los procesos cognitivos que se buscan desarrollar en el estudiantado en esta etapa no pretenden tener el mismo acabado que aquellos que desarrollan las y los profesionales de la matemática, pero sí ser fundamentalmente dichos procesos, pero a un nivel de complejidad adecuado al desarrollo del estudiantado.

Subcategorías

Capacidad para observar y conjeturar

Los descubrimientos a los que ha llegado el ser humano se han realizado después de que ha sido capaz de observar algún elemento crucial de su objeto de estudio. A partir de sus observaciones y de su experiencia previa, el ser humano lanza conjeturas: afirmaciones que pueden ser verdaderas o falsas y que demandan una mayor investigación y reflexión.

Pensamiento intuitivo

Muy relacionada con la subcategoría anterior, la subcategoría de Pensamiento intuitivo engloba aquellos procesos cognitivos por los cuales el ser humano comprende en una primera aproximación los objetos matemáticos y fenómenos de diversa índole, no necesariamente teórica.

Pensamiento formal

La matemática para poder continuar desarrollándose necesita una presentación formal. Con esta subcategoría estamos englobando aquellas habilidades involucradas al producir argumentaciones rigurosas en favor o en contra de afirmaciones tanto matemáticas como de diversa naturaleza.

La propuesta es llevar al estudiantado a participar de estos procesos cognitivos. Un/a estudiante puede observar, intuir, conjeturar y argumentar, evidentemente no al nivel de complejidad con que realiza estas acciones la o el investigador de matemáticas, pero la diferencia es más de orden cuantitativo que cualitativo.

Categoría 3. Solución de problemas y modelación

Esta categoría engloba aquellos procesos que suceden cuando describimos un fenómeno utilizando técnicas y lenguaje matemático o resolvemos un problema, entendiendo a este último como un planteamiento al que no se le puede dar respuesta empleando procedimientos mecánicos (obsérvese cómo esta definición de problema depende y varía de individuo a individuo). La modelación se entiende como el uso de la matemática y su lenguaje en la descripción de fenómenos de diversa naturaleza.

Subcategorías

Uso de Modelos

Emplear una representación abstracta, conceptual, gráfica o simbólica para describir un fenómeno o de un proceso, verificando el cumplimiento de las hipótesis necesarias, para analizar la relación entre sus variables lo que permite comprender fenómenos naturales, sociales, físicos y otros y además, resolver problemas.

Construcción de Modelos

Implica, entre otras cosas, la búsqueda, delimitación y determinación de las variables adecuadas para describir la situación, problema o fenómeno estudiado.

Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios

La heurística se refiere a estrategias, métodos, criterios o astucias utilizados para hacer posible la solución de problemas complejos. Un procedimiento es no rutinario cuando no basta con aplicar una regla o un método mecanizado o de carácter algorítmico o establecido, sino que requiere cierta intuición y búsqueda poniendo en práctica un conjunto de conocimientos y de experiencias anteriores.

La tercera categoría dota de recursos para solucionar problemas y plantear modelos, desde una perspectiva global, estos recursos son útiles para comprender el problema, diseñar y ejecutar un plan y probar el resultado. Con estos recursos se resuelven situaciones problemáticas y describen fenómenos empleando el pensamiento matemático.

Categoría 4. Interacción y lenguaje matemático

La matemática posee un lenguaje, el cual resulta ser riguroso, y que, a su vez, convive y se comunica a través de diversos lenguajes naturales (español, lenguas indígenas, inglés, lengua de señas, etc.) Esta categoría engloba las consideraciones propias que el o la practicante del pensamiento matemático debe tener en mente cuando comunica sus ideas, entendiendo que un lenguaje natural y un lenguaje formal tienen puntos de convergencia y puntos de divergencia; en ambos casos buscamos que el estudiantado sea riguroso con el uso de estos lenguajes.

Subcategorías

Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico

Esta subcategoría se articula al establecer jerarquías, agrupaciones, composiciones, el uso formal de símbolos e imágenes respetando las propiedades y reglas.

Negociación de significados

Esta subcategoría se aplica al revisar tanto individual como colectivamente los significados de las expresiones, sus posibles sentidos e interpretaciones, así como la generación de expresiones y representaciones formales asociadas.

Ambiente matemático de comunicación

Se describe así al ambiente generado para transmitir ideas, inquietudes, conjeturas y conceptos matemáticos empleando lenguajes naturales y formales.

La cuarta categoría aporta al individuo recursos para emplear el lenguaje matemático y para interactuar con personas de su entorno dando una dimensión social al aprendizaje.

Metas de aprendizaje

Metas de Aprendizaje			
C1M1	**C2M1**	**C3M1**	**C4M1**
Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.
C1M2	**C2M2**	**C3M2**	**C4M2**

Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.	Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.
C1M3	**C2M3**	**C3M3**	**C4M3**
Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.
	C2M4	**C3M4**	
	Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	

Progresiones de Aprendizaje

Las Progresiones de Aprendizaje son unidades didácticas innovadoras y flexibles para la descripción secuencial de los aprendizajes asociados a la comprensión y solución de necesidades y problemáticas personales y/o sociales (DOF, 09/05/24).

Taller de Probabilidad y Estadística I

Progresión 1: Analiza y resuelve problemáticas en las que se requiera cuantificar la probabilidad a través de los enfoques teórico y experimental para que identifique, retome y aplique los conceptos básicos de probabilidad variable aleatoria y espacio muestral, haciendo uso de los recursos tecnológicos a su alcance.

Metas	Categorías	Subcategorías
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	**C2**. Procesos de intuición y razonamiento	**S1.** Capacidad para observar y conjeturar
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.		**S3.** Pensamiento formal
C4M1. Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	**C4.** Interacción y lenguaje matemático.	**S3**. Ambiente matemático de comunicación.

Progresión 2: Experimenta y profundiza en las técnicas de conteo (ordenaciones, ordenaciones con repetición, permutaciones y combinatoria) de manera reflexiva y participativa para el cálculo de probabilidades en eventos aleatorios de su entorno, utilizando recursos tecnológicos disponibles relacionándose de forma colaborativa.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	**C1.** Procedural	**S1.** Elementos aritmético-algebraicos
		S4. Manejo de datos e incertidumbre
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S1**. Uso de modelos

Progresión 3: Aplica el Teorema de Bayes, recuperando los conocimientos de probabilidad condicional, eventos independientes y eventos mutuamente excluyentes, usándolos para analizar casos de su contexto donde la ocurrencia de un evento está relacionado con otro, favoreciendo su propio pensamiento crítico.

Progresión 4: Explora los resultados de diferentes experimentos probabilísticos para entender el concepto de función de distribución y su importancia en el modelado de fenómenos presentes en su contexto.

Metas	Categorías	Subcategorías
C2M3. Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	**C2.** Procesos de intuición y razonamiento	**S2.** Pensamiento intuitivo
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S2.** Construcción de modelos

Progresión 5:. Conoce e interpreta la esperanza matemática comparando de forma colaborativa diversos resultados de experimentos y situaciones, con los obtenidos analíticamente para identificar su importancia en la toma de decisiones sobre eventos probabilísticos diversos.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M2. Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	**C1.** Procedural	**S4.** Manejo de datos e incertidumbre
C2M2. Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.	**C2.** Procesos de intuición y razonamiento	**S2.** Pensamiento intuitivo
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	**C4.** Interacción y lenguaje matemático	**S2.** Negociación de significados

Progresión 6: Identifica el concepto de caminos aleatorios reconociendo su utilidad en situaciones diversas para visualizar el comportamiento de diferentes distribuciones de probabilidad favoreciendo el uso de tecnologías a su alcance por medio del trabajo colaborativo.

Metas	Categorías	Subcategorías
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	**C2.** Procesos de intuición y razonamiento	**S1.** Capacidad para observar y conjeturar
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S1**. Uso de modelos

Progresión 7: Utiliza, compara y calcula las probabilidades de distribuciones discretas Bernoulli, binomial y Poisson para modelar fenómenos, apoyándose en herramientas tecnológicas a su alcance entendiendo las situaciones en donde puede aplicarlas.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	**C1.** Procedural	**S4.** Manejo de datos e incertidumbre
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	**C2.** Procesos de intuición y razonamiento	**S1.** Capacidad para observar y conjeturar
		S3. Pensamiento formal
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S1**. Uso de modelos
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.		
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	**C4.** Interacción y lenguaje matemático	**S1**. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico

Progresión 8: Utiliza, compara y calcula las probabilidades de distribuciones continuas exponencial y normal para modelar fenómenos, apoyándose en

herramientas tecnológicas a su alcance entendiendo las situaciones en donde puede aplicarlas.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	**C1.** Procedural	**S4.** Manejo de datos e incertidumbre
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	**C2.** Procesos de intuición y razonamiento	**S1.** Capacidad para observar y conjeturar
		S3. Pensamiento formal
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S1**. Uso de modelos
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.		
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	**C4.** Interacción y lenguaje matemático	**S1**. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico

IV. Transversalidad

Entendemos por transversalidad al enfoque de alta interacción entre Áreas de Conocimiento, Recursos Sociocognitivos y Recursos Socioemocionales del MCCEMS. Estudios que poseen cierta relación con dicha concepción (Eronen, L., et al., 2019, Drake, S. M., & Burns, R. C., 2004) nos hablan de un espectro que comprende lo multidisciplinario (diferentes disciplinas se integran alrededor de un tema común), lo interdisciplinario (la organización curricular alrededor de aprendizajes comunes a través de disciplinas) y la transdisciplinariedad (basada en interrogantes que el estudiantado puede hacerse y en sus inquietudes por desarrollar habilidades para la vida dentro de contextos reales). Al ser parte del Recurso Sociocognitivo de Pensamiento Matemático del MCCEMS, el Taller de Probabilidad y Estadística I adquiere una función transversal dentro de dicha estructura. Esto no implica que todo cuanto se trabaje con el estudiantado acerca del Pensamiento Matemático deba de transversalizarse, pues existirán momentos en que la disciplina demande trabajo sobre sí misma para poder continuar con un desarrollo integral.

El Pensamiento Matemático al posicionarse junto con los demás Recursos Sociocognitivos cumple una función de apoyo para que el estudiantado pueda consolidar sus conocimientos de las demás áreas. Son evidentes los puntos de encuentro entre el Pensamiento Matemático y las Ciencias Sociales (al estudiar fenómenos económicos o poblaciones, por poner un par de ejemplos), con las Ciencias Naturales, Experimentales y Tecnología (al hacer uso del lenguaje matemático para describir diversas leyes de la Física o la Química, al utilizar modelos matemáticos para ayudar en la explicación de algunos sistemas biológicos, etc.), con las Humanidades (partiendo del hecho de que la propia matemática es obra creativa del ser humano y que muchas veces ha estado inmersa en diversos desarrollos artísticos).

Es importante decir que la transversalidad tanto con Áreas de Conocimientos como con Recursos Socioemocionales y Sociocognitivos puede operar en dos niveles fundamentales: en un primer nivel a través de esos puntos de contacto existentes con las demás disciplinas a las que nos referíamos en el párrafo anterior; pero también en un segundo nivel, si se quiere más profundo, en donde la interiorización de las habilidades relacionadas con el Pensamiento Matemático favorece la comprensión, la ordenación mental y una mayor profundidad dentro de las demás experiencias cognitivas.

A pesar de la importante función que se le otorga al Pensamiento Matemático, no debemos olvidar que nosotras y nosotros, como docentes de este Recurso Sociocognitivo, no tendremos necesariamente un lugar protagónico en la escuela.

El trabajo colaborativo, tan esencial para el desarrollo del Programa Aula, Escuela y Comunidad (PAEC), asume interacciones profesionales y respetuosas en la que todas y todos los agentes involucrados en la educación, entre los que nos encontramos nosotros y las y los colegas de otras áreas y recursos, valoren la función y las aportaciones de todas los demás personas.

Por último, es necesario enseñar con perspectiva socioemocional, pues se instruye a seres humanos que merecen respeto, además de lograr consolidar un ambiente de confianza mutua en el desempeño de la labor académica.

V. Recomendaciones para el trabajo en el aula y la escuela

En este apartado se brinda una propuesta de trabajo en el aula y la escuela, se enuncian los siguientes ejemplos que brindan una orientación metodológica para abordar las progresiones, seguida de algunos ejemplos didácticos. Se sugieren tres momentos principales para su abordaje.

- Momento 1. Identificar la progresión y comprender sus componentes.
- Momento 2. Diseñar un plan de clase para alcanzar las metas de aprendizaje.
- Momento 3. Diseñar una evaluación y considerar el proceso de retroalimentación.

En el Taller de Probabilidad y Estadística I se sugieren estrategias didácticas que permitan tanto la apropiación profunda, como la aplicación práctica de ideas, conceptos y herramientas en un ambiente de cooperación e intercambio de conocimientos, para tales propósitos se sugiere gamificación, el aprendizaje basado en proyectos, además de incorporar simulaciones y softwares a partir de hojas de cálculo y lenguajes de programación disponibles.

Para la evaluación del taller se recomienda tomar en cuenta la evaluación diagnóstica, para rescatar los conocimientos previos del estudiantado, formativa y la sumativa. Los instrumentos de evaluación estarán en función del criterio del personal docente como listas de cotejo, rúbricas, diarios de campo, guías de observación que estos cumplan la función de proporcionar evidencia de los avances del proceso enseñanza aprendizaje.

Se espera que el estudiantado muestre una actitud positiva y crítica, con iniciativa, curiosidad e interés, de tal manera que se enfrente a problemas y retos intelectuales mostrando capacidad de trabajo autónomo e independiente, al mismo tiempo que tenga disponibilidad al trabajo colaborativo. El personal docente deberá diseñar estrategias que resulten atractivas y actuales para el estudiantado fomentando la transversalidad con las demás áreas y recursos motivando al estudiantado a la reflexión para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Progresión 5:

Momento 1. Identificación de la progresión

Conoce e interpreta la esperanza matemática comparando de forma colaborativa diversos resultados de experimentos y situaciones con los obtenidos analíticamente para identificar su importancia en la toma de decisiones sobre eventos probabilísticos diversos.

Categoría: C1: Procedural, C2 Procesos de Intuición y razonamiento, C4 Interacción y lenguaje matemático.

Subcategoría de Procedural: S4: Manejo de datos e incertidumbre.
Metas de aprendizaje de Procedural: M1: Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.

Subcategoría de Procesos de Intuición y razonamiento: S2: Pensamiento intuitivo.
Metas de Procesos de Intuición y razonamiento: M2: Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.

Subcategoría de Interacción y lenguaje matemático: S2: Negociación de significado.
Metas de Procesos de Interacción y lenguaje matemático: M2: Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.

Momento 2. Diseñar una actividad

La siguiente actividad es una sugerencia didáctica, por lo que cada docente podrá diseñar situaciones-problema de conformidad con su contexto y recursos disponibles. La presente progresión será desarrollada en tres sesiones de 1 hora cada una con la intervención del personal docente en todas las sesiones para el desarrollo del concepto de esperanza matemática.

Sesión 1

Sugerencias para el personal docente

Las actividades, preguntas o información que se plantee deberán tener las siguientes características:

1. Generar ambientes de aprendizaje emocionalmente seguros en donde el estudiantado tenga la oportunidad de participar concibiendo el error como una oportunidad de aprendizaje.
2. Vincular el contenido de las progresiones con experiencias previas del estudiantado.
3. Despertar el interés de la comunidad estudiantil, atendiendo su contexto.
4. Enunciar qué se espera que se aprenda como resultado de la progresión.
5. Plantear actividades contextualizadas que consideren la región geográfica en la que se encuentre el estudiantado y sus estilos de aprendizaje.
6. Usar tecnologías disponibles para optimizar tiempos de ser necesario.

Se da una introducción mencionando que la recreación mediante los juegos es una parte habitual de la vida, son divertidos, invitan a la creatividad, a la competencia y a la sociabilización. Dentro de los distintos tipos de juegos, los de azar son una excelente manera de comprender matemáticas y de una importante lección de vida ¡No apuesten!

Se organiza al estudiantado en equipos de tres integrantes, para posteriormente explicarles lo siguiente:

Se les facilita la situación:
La mente de tiburón de María plantea el siguiente juego con un dado de 6 caras:

- María te paga el triple tu apuesta si sacas un 6
- María duplica tu apuesta si sacas un cinco
- Si sacas cualquier otra cosa, pierdes tu apuesta

¿Cuánto puedes ganar o perder a largo plazo con una apuesta de $10, teniendo en cuenta que para cada tiro necesitas apostar $1?

En este punto se pueden hacer por lo menos 5 tiros frente al estudiantado por parte del personal docente, para calcular cuánto se tendría y quede clara la dinámica del juego. Se propone registrar los resultados como en la siguiente tabla:

Tiros		Apostado	Ganado por tiro	Ganado/Perdido
Tiro 1	6	1	3	2
Tiro 2	4	1	0	-1
Tiro 3	1	1	0	-1
Tiro 4	2	1	0	-1
Tiro 5	4	1	0	-1
			Total Ganancia / Pérdida	-2

Tabla 1. Ejemplo de 5 tiros

En este caso, al final de 5 tiros se tendrían 8 pesos ya que se perdieron 2 pesos.

Posterior a la demostración de la situación planteada por parte del personal docente, se solicita que al interior de los equipos se asignen los siguientes roles: una estudiante será María, otra la persona apostadora y la última persona será el que lleve el registro de los tiros, ya organizados se les proporciona algún tipo de moneda para apostar y los dados para comenzar a realizar los tiros, se solicita que lancen un dado al menos 25 veces y registrar los resultados de este experimento, anotando cuánto han ganado o perdido en total guiándose con el ejemplo que se hizo con 5 tiros.

Al terminar de hacer sus tiros y anotaciones, se sugiere que revisen las monedas que les quedan y que se comparen con los resultados de la tabla que construyeron, para posteriormente realizar preguntas que muestren al estudiantado si sus expectativas de ganancia se cumplieron, solicite las anoten y las respondan en sus libretas ¿Cuánto ganaron?, ¿Cuánto perdieron?, Si siguieras jugando por más tiempo ¿Cambiaría el resultado?, ¿Habrá alguna manera de saber cuánto se va a ganar o perder?, ¿Te conviene a ti apostar en este juego?, ¿Por qué? Se solicita la participación de cuatro equipos para que externen sus respuestas y se genere un diálogo para el desarrollo del pensamiento crítico.

Ahora en plenaria, los equipos comparten sus resultados y el personal docente concentra y organiza la información para presentarla en una tabla de frecuencias, como la siguiente:

Cara del dado	Frecuencia con la que aparece			
	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3	Equipo *n*
1	7	4	2	3
2	5	4	1	6
3	4	4	6	2
4	1	4	2	4
5	5	4	7	6
6	3	5	7	4
Total de ocurrencias	25	25	25	25

Tabla 2. Ejemplo de recopilación de datos de cada equipo

Sesión 2

Se puede considerar la siguiente pregunta para retomar la sesión 1: ¿cómo podemos aplicar lo aprendido anteriormente para cualquier situación?

Posteriormente con base en los datos organizados en la última tabla realizada durante la sesión anterior, el personal docente elabora una nueva tabla concentrando las frecuencias de la totalidad de los equipos para el cálculo de probabilidad y poder relacionarlas con las ganancias o pérdidas que representarán, como se muestra a continuación:

Cara del dado	Frecuencia con lo que aparece	Probabilidad frecuentista	¿Cuánto se recibe?
1	16	0.16	0
2	16	0.16	0
3	16	0.16	0
4	11	0.11	0
5	24	0.24	2
6	19	0.19	3
Total de ocurrencias	100	1	

Tabla 3. Ejemplo de recopilación de datos de todo el grupo

El personal docente guía una discusión indicando al estudiantado tomar como base los valores de la tabla anterior y den respuesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Existirá algún tipo de cálculo matemático que nos permita tomar una decisión de participar o no en un juego de azar?
2. ¿Cómo obtendremos lo que se espera ganar en el juego?
3. ¿Cuál es el pago del juego?
4. Si sabes que el dado está equilibrado, ¿cuál sería la cantidad que esperamos ganar?

Después de escuchar las respuestas del estudiantado, el personal docente deberá proponer mediante algún razonamiento que se adecue a los comentarios presentados hasta ahora, la obtención de la esperanza matemática recomendando el siguiente formato y dando respuesta a los cuestionamientos segundo y tercero como sigue:

2. ¿Cómo obtendremos lo que se espera ganar en el juego?

$$(\$\mathbf{0})(\mathbf{0.16}) + (\$\mathbf{0})(\mathbf{0.16}) + (\$\mathbf{0})(\mathbf{0.11}) + (\$\mathbf{0})(\mathbf{0.11}) + (\$\mathbf{2})(\mathbf{0.24})$$

$$+(\$\mathbf{3})(\mathbf{0.19}) = (\$\mathbf{1.05})(\mathbf{10}) = \$\mathbf{10.5}$$

3. ¿Cuál es el pago del juego?

$$\$\mathbf{10.5} - (\boldsymbol{costo\ por\ jugar}) = \$\mathbf{10.5} - \$\mathbf{10} = \$\mathbf{0.5}\ \boldsymbol{por\ juego}$$

Se propone después plantear una tabla como la siguiente y presentar los resultados a fin de que el estudiantado confronte la manera en que se realizan las operaciones y la interpretación del resultado final con alguna pregunta como ¿Conviene apostar en un juego de azar? Considerando la probabilidad clásica del lanzamiento del dado.

Cara del dado	Probabilidad de que aparezca esa cara	Ganancia si aparece esa cara	Lo que se espera ganar
1	1/6	0	1/6 * 0 = 0
2	1/6	0	1/6 * 0 = 0
3	1/6	0	1/6 * 0 = 0
4	1/6	0	1/6 * 0 = 0
5	1/6	2	1/6 * 2 = 2/6
6	1/6	3	1/6 * 3 = 3/6
Total	1	NA	∑ = 5/6=0.83

Tabla 4. Cálculo de la esperanza matemática

Será importante confrontar al estudiantado con preguntas que los hagan trasladar lo aprendido a un lenguaje algebraico poniendo atención en las operaciones realizadas y los elementos que se consideran para tales cálculos.

- ¿Podrías escribir una fórmula para obtener el valor esperado?

Momento 3.
Evaluación formativa
Sesión 3

Al iniciar la sesión se presentan las propuestas de las fórmulas que el estudiantado obtuvo y se identifican similitudes y diferencias, tanto en los resultados como en el planteamiento algebraico, se deben de unificar los criterios y definir el concepto de esperanza matemática por parte del personal docente, apoyándose de lo que representa según la experiencia obtenida en el juego de azar propuesto.

$$\boldsymbol{E[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i \, P[X = x_i]}$$

dónde:

$\boldsymbol{E[X]}$ = la esperanza matemática

$\boldsymbol{n}$ = cantidad de veces que se hace el experimento o evento

$\boldsymbol{x_i}$ = el valor de x (ganancia) para cada caso i

$\boldsymbol{P[X = x_i]}$ = Probabilidad del caso $\boldsymbol{x_i}$

El personal docente propone diferentes casos en los que se pueden plantear juegos de azar o situaciones en los que el resultado de esperanza matemática sea útil en la predicción de eventos diversos. Estos casos se pueden resolver en equipos o de manera individual, la tarea del estudiantado es determinar cuáles situaciones representan o no una conveniencia según el contexto y las variables implicadas, solicitando al estudiantado argumentos basados en el cálculo de la esperanza.

El personal docente menciona que al interpretar la esperanza matemática para prever los resultados de un juego de azar se recomienda considerar los siguientes tres elementos básicos:

1) el costo de jugar el juego.

2) la probabilidad de ganar el juego

3) la cantidad que recibes si ganas el juego.

Si los juegos de azar con estos tres elementos se juegan “repetidamente”, puedes usar la probabilidad y los promedios para calcular cuánto se espera ganar o perder a largo plazo y tomar decisiones responsables.

Finalmente se plantean preguntas que los hagan reflexionar acerca de la naturaleza probabilística de los eventos, la obtención de resultados a partir de casos puntuales y la generalidad del fenómeno a partir de la probabilidad clásica, es importante destacar la relevancia de un mayor número de ensayos para tender a resultados más precisos.

Algunas de las preguntas sugeridas son las siguientes:

- ¿Los resultados son iguales?
- ¿Todos los equipos ganaron?
- ¿Todos los equipos perdieron?
- ¿Qué pasa si se sigue jugando indefinidamente?, ¿Los resultados serían similares a la tabla anterior?
- ¿El valor esperado del resultado del juego sirve para hacer predicciones?

Para esta situación-problema, y buscando que el estudiantado se apropie del concepto de esperanza matemática, se propone esta lista de cotejo correspondientes a los dos momentos que constituyen esta actividad: la experimentación-reflexión y la deducción de la expresión matemática para la esperanza.

Lista de Cotejo

Actividad: Resolución de problemas de Esperanza Matemática

Progresión: 5

Nombre: ____

Indicadores	Sí	No
Se tiene el registro de los datos correctamente		
Utiliza la fórmula de esperanza matemática correctamente		
Se tiene las operaciones en su trabajo		
Se llega al resultado correcto		
Interpreta correctamente la esperanza matemática		
Toma decisiones tomando en cuenta el resultado de la esperanza matemática		
Trabajó de forma colegiada		

Progresión 6:

Momento 1. Identificación de la progresión

Identifica el concepto de caminos aleatorios reconociendo su utilidad en situaciones diversas para visualizar el comportamiento de diferentes distribuciones de probabilidad favoreciendo el uso de tecnologías a su alcance por medio del trabajo colaborativo.

Propósito: Se busca que el estudiantado al revisar situaciones de alto grado de imprevisibilidad tales como el comportamiento de las partículas en un gas, movimientos en los precios de las acciones, apoyándose en diferentes simuladores que estén a su alcance o puedan ser acercados por su profesor, para identificar los posibles caminos resultantes y estos le permitan emitir juicio.

Categoría: C2 Procesos de Intuición y razonamiento, C3 Solución de problemas y modelación.

Subcategoría de Procesos de Intuición y razonamiento: S1: Capacidad para observar y conjeturar.

Metas de Procesos de Intuición y razonamiento: M1: Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.

Subcategoría de Solución de problemas y modelación: S2: Uso de modelos.

Metas de Procesos de Solución de problemas y modelación: M1: Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.

Momento 2. Diseñar una actividad

La siguiente actividad es una sugerencia didáctica, por lo que cada docente podrá diseñar situaciones-problema de conformidad con su contexto y recursos disponibles. La presente progresión será desarrollada en tres sesiones de 1 hora cada una con la intervención del personal docente en todas las sesiones para el desarrollo del concepto de caminos aleatorios.

Sesión 1

Situación-Problema. ...

Se le muestra al estudiantado un tazón grande transparente con agua y se le solicita que imaginen y describan el camino que tomará una gota de colorante cuando se deja caer en el tazón. Después de que el estudiantado describe cómo creen que se moverá la gota, se solicita la participación de cuatro estudiantes diferentes que pasen al pizarrón o pintarrón a dibujar como ellos piensan que se dispersará la gota.

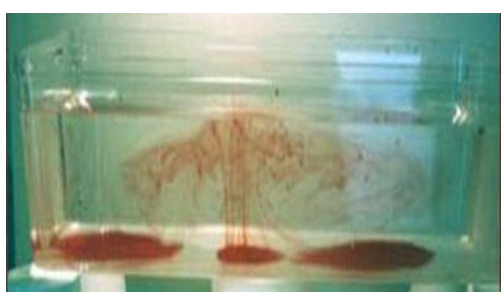

Fig. 1 Ejemplo de colorante en el agua

Fig. 2 Ejemplo de colorante en el agua

El personal docente realiza el experimento de dejar caer una gota y solicita que el estudiantado observe qué sucede. Ya que la pintura cayó al fondo, dejar caer otra y repetir esto para tres gotas en total (evitando que caigan en el mismo lugar).

Con base en lo observado se realizan las siguientes preguntas al estudiantado:

- ¿Alguna gota tiene una trayectoria parecida a la dibujada en el pizarrón o pintarrón?
- ¿Las tres gotas se movieron igual en el agua del tazón?
- ¿Hay alguna manera de poder predecir la ruta que seguirá cada gota?
- ¿Hay alguna manera de forzar que la gota realice una trayectoria específica?

En plenaria se externan las respuestas del estudiantado que desee participar, generando un diálogo que permita un acercamiento a los nuevos conocimientos.

Posteriormente el personal docente enlista algunos ejemplos que presentan este tipo de comportamiento, teniendo en cuenta que existen los más comunes como:

- Elegir el camino por donde ir para llegar a un sitio apoyándose del azar.
- Juegos de azar en las ferias.

O algunos eventos de mayor complejidad como:

- Movimientos de partículas en líquidos o gases (movimiento browniano).

- El camino elegido por los animales al ir a pastorear.
- En economía el precio de una acción es independiente de su precio histórico y del precio de otras acciones.

Con base en el listado el personal docente retoma el primer ejemplo de elegir un camino y realiza en el pintarrón o mediante un apoyo visual el siguiente ejemplo frente al grupo: se tiene una ruta donde en cada intersección (círculo) se puede elegir entre derecha o izquierda dependiendo del resultado al lanzar una moneda, si cae cara va a la izquierda y si cae cruz va a la derecha.

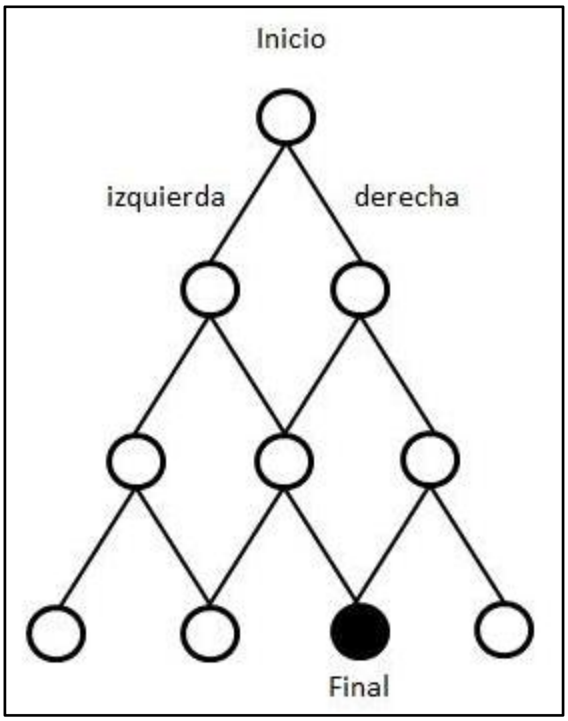

Fig. 3. Ejemplo de trayectoria propuesta

Con el esquema anterior ya dibujado, el personal docente ejercita al hacer el recorrido cinco veces para que el estudiantado pueda ver cuántas de esas cinco se llega al círculo que dice Final.

Sugerencias para el personal docente

Las actividades, preguntas o información que se plantee deberá tener las siguientes características:

1. Generar ambientes de aprendizaje donde el estudiantado sea capaz de articular diferencias entre soluciones teóricas y experimentos, trabaje colaborativamente para compartir sus ideas y conclusiones, que exprese tanto oral como de forma escrita esas conclusiones e ideas.
2. Vincular el contenido de la progresión 1 y 3 (evento, experimento aleatorio, probabilidad condicional, eventos independientes y mutuamente excluyentes).
3. Despertar el interés de la comunidad estudiantil a través de juegos al aire libre.

Sesión 2

Se retoma el ejercicio final de la sesión anterior por parte del personal docente y se procede a dividir al grupo en equipos de tres integrantes, cada equipo asignará los roles necesarios para realizar la actividad (la persona que lanzará el dado, quien realizará el recorrido y quien realizará el esquema en su libreta de los recorridos), posteriormente invitar al estudiantado a salir a un espacio abierto a realizar un recorrido aleatorio con la misma estructura del esquema de árbol de la sesión anterior, considerando cinco niveles, dibujando esta estructura en el piso con gis o algún otro material que no dañe el piso. Cada equipo elegirá antes de iniciar cada recorrido cuál es el punto final al que quieren llegar en ese recorrido.

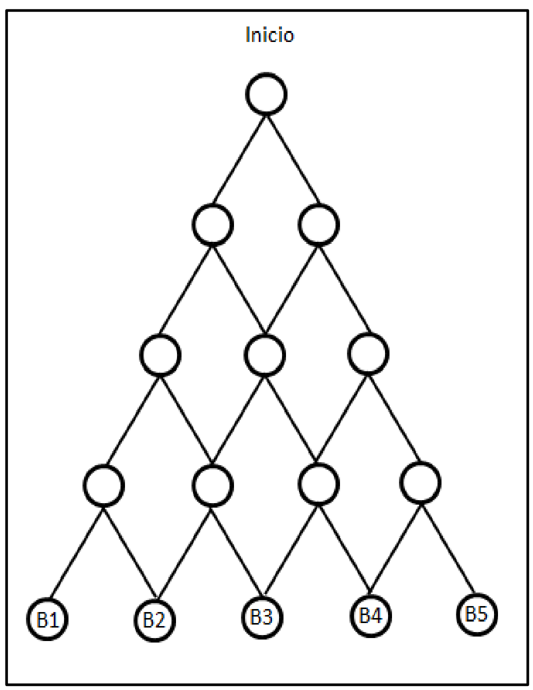

Fig. 4. Ejemplo de trayectoria propuesta para el trabajo con el estudiantado

Para este caso el estudiantado utilizará un dado en donde al obtener 1 y 2 se desplazarán a la derecha y los restantes resultados los moverán hacia la izquierda, iniciado el juego, cada estudiante tomará el rol asignado, una persona se encargará de hacer los lanzamientos, otra de hacer los registros en su cuaderno, tanto de la trayectoria como de las veces que llegaron a la meta y la última se desplazará en el gráfico.

Se repetirá el juego tantas veces como sea posible en un margen de 15 a 20 minutos y al terminar se regresará al aula, se comentarán los resultados y se propondrán las siguientes preguntas:

- ¿Ganaron o perdieron más veces?
- ¿Cuándo era más probable ganar?
- ¿A qué lugar llegaron con mayor frecuencia?
- ¿Cuáles lugares son los menos adecuados si quieres ganar?

Después se solicita al estudiantado que a través de las expresiones para la probabilidad de eventos mutuamente excluyentes e independientes obtenga la probabilidad de ganar para cada posible círculo de meta. En caso de ser necesario, realizar un ejemplo.

Finalmente, el estudiantado responde a la pregunta ¿Qué círculo de meta hay que seleccionar para tener mayor probabilidad de ganar?

Sesión 3

Se entrega un tablero con el diagrama de camino aleatorio de cinco círculos de meta a cada equipo de tres integrantes, después se les solicita que hagan el recorrido a través de los resultados de una moneda como en el ejemplo de la primera sesión, deberán registrar sus llegadas por medio de signos debajo de cada círculo y repetirán el experimento las veces posibles durante 15 minutos.

Al terminar el tiempo, el personal docente solicita las frecuencias obtenidas por cada equipo para cada círculo de meta, en el pizarrón o pintarrón se sugiere hacer un pictograma y una línea que describa el comportamiento, a fin de hacer una introducción informal a las curvas de distribución. Si el tiempo lo permite incluir un gráfico que muestre los resultados del juego de la sesión anterior (como se muestra en la figura 3) y hacer énfasis en la asimetría presente al modificar las condiciones del juego.

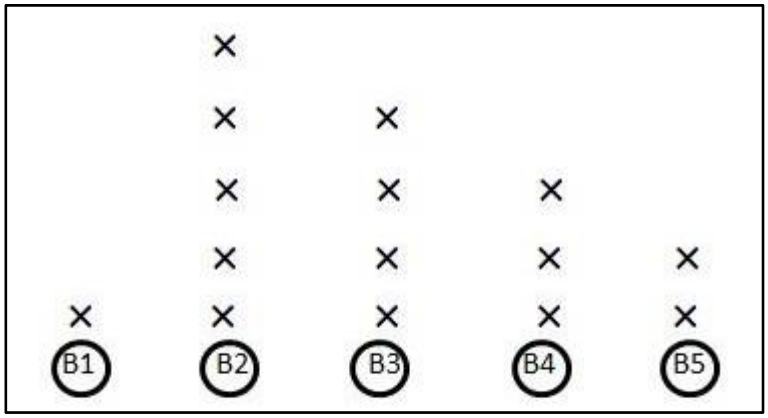

Fig. 5. Ejemplo de concentrado de datos

Como estudio independiente se indica al estudiantado que repita el camino aleatorio utilizando una moneda pero ejecutando por lo menos cincuenta repeticiones para obtener una gráfica con mayor información. Al finalizar se sugiere que el personal docente proponga las siguientes preguntas u otras que le permitan llevar al estudiantado a reconocer la regularidad de los resultados a pesar de ser eventos probabilísticos. ¿Cuáles son los círculos con mayor frecuencia de llegada?, ¿Se repite el patrón de resultados?, ¿A qué piensas que se debe que ciertos círculos casi nunca son lugares de llegada? Se reitera la reflexión y la conexión con las distribuciones de probabilidad en general y la distribución normal en particular.

Se sugiere acceder a la siguiente liga para ver diferentes simulaciones del triángulo de Galton sesgadas hacia alguno de los extremos o no https://matematicamente.es/?action=games&players=one&game=Galton

Momento 3. Evaluación formativa

Para las experiencias anteriores, buscando que el estudiantado se apropie intuitivamente de conceptos y tenga una transición hacia la siguiente progresión, se propone esta lista de cotejo correspondiente a los tres momentos de esta actividad

Lista de cotejo

Actividad: Exploración de caminos aleatorios

Progresión: 6

Integrantes del equipo: ____

Indicadores	Sí	No
Participa con alguna reflexión sobre las preguntas introductorias del experimento		
Trabaja de forma colaborativa, asumiendo el rol asignado		
Realiza sus registros de caminos a lo largo tanto en el espacio abierto como en sus notas		
Participa con reflexiones sobre su trabajo al aire libre		
Realiza los cálculos necesarios para determinar las probabilidades de los múltiples caminos		

VI. Evaluación formativa del aprendizaje

Es un proceso mediante el cual la comunidad docente reúne información acerca de lo que sus estudiantes saben, interpretan y pueden hacer, y a partir de ello comparan esta información con las metas de aprendizaje para brindarle al estudiantado sugerencias acerca de cómo pueden mejorar su desempeño. Se lleva a cabo con el propósito de mejorar la enseñanza y el aprendizaje mientras la instrucción aún está en curso. La práctica en el aula es formativa en la medida en que la evidencia sobre los logros del estudiantado se interpreta y usa por el profesorado, los aprendices o sus compañeros, para tomar decisiones sobre los próximos pasos en la instrucción, los que se espera sean mejores que las decisiones que habrían tomado en ausencia de la evidencia que se obtuvo.

Para profundizar sobre el tema de evaluación formativa y la retroalimentación se sugiere revisar el documento de Orientaciones para la Evaluación del Aprendizaje en el siguiente enlace:

https://dgb.sep.gob.mx/storage/recursos/2024/04/6mL0WsYtNp-Orientaciones-para-la-evaluacion-del-aprendizaje-(1).pdf

VII. Recursos didácticos

Las siguientes fuentes de información constituyen sugerencias de apoyo para el abordaje de las progresiones, no son limitativas, ni restrictivas. El personal docente podrá usar estas y también podrá utilizar las que considere adecuadas según sus necesidades y contexto.

Básica

- Arroyo, I., Bravo, L., Llinás, H. & Muñoz, F. (2014). *Distribuciones Poisson y Gamma: Una Discreta y Continua Relación*. Prospectiva, 12(1), 99-107.
- Freund, J. & Simon, G. (1994). *Estadística Elemental - Octava Edición*. México: Pearson.
- Rincón, L. (2013). *Introducción a la probabilidad*. México. UNAM.
- Triola, M. (2004). *Probabilidad y estadística*. Novena edición. México: Pearson.

Complementaria

- Mayer, P. (1998). *Probabilidad y aplicaciones estadísticas*. México: Pearson.
- Devore, J. L. (2016). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias (9a. ed.)*. Cengage Learning.
- Gutiérrez, A. (2018). *Probabilidad y estadística* (2a. ed.). Ciudad de México: McGraw-Hill.
- Alonso Sánchez Sánchez, E. & Inzunza Cazares, S. (2019). *Probabilidad y estadística 1 (2a. ed.)*. Grupo Editorial Patria.
- Alonso Sánchez Sánchez, E. & Inzunza Cazares, S. (2019). *Probabilidad y estadística 2 (2a. ed.)*. Grupo Editorial Patria.
- Gage, J., & Spiegelhalter, D. (2016). *Teaching probability*. Cambridge University Press.

Electrónica:

- Treviño, H. G., de Haro, J. J. O., & García, J. M. C. (2017). Evaluación del conocimiento sobre esperanza matemática y juegos equitativos en estudiantes de bachillerato. Avances de investigación en educación matemática, (11), 107-125 Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6168896.pdf
- UED - Uniandes Colombia. (2024, 8 febrero). Conocimientos sobre esperanza matemática en alumnos de bachillerato - Funes. Funes.
- https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/conocimientos-sobre-esperanza-matematica-en-alumnos-de-bachillerato/

- Expected Value and Payoffs. Recuperado de: https://flexbooks.ck12.org/cbook/ck-12-precalculus-concepts-2.0/section/15.2/primary/lesson/expected-value-and-payoffs-pcalc/
- Probabilities of probabilities. (s. f.). YouTube. https://www.youtube.com/playlist?list=PLZHQObOWTQDOjmo3Y6ADm0ScWAlEXf-fp
- La Máquina de Galton. (s. f.). Matemáticamente. https://matematicamente.es/?action=games&players=one&game=Galton
- Mathigon. (s. f.). Course Library https://mathigon.org/courses
- Free Easy Access Student Edition. (s. f.). https://bim.easyaccessmaterials.com/index.php?location_user=cchs

VIII. Rol docente

El personal docente se caracteriza por promover, coordinar, guiar, facilitar y ser agente directo en el proceso educativo. Reconocer y poner en práctica estos dominios pedagógicos en la UAC de Taller de Probabilidad y Estadística I, le permite fortalecer su identidad como agente de cambio en los procesos comunicativos generados en la sociedad. Para lograr este objetivo, las y los docentes deben implementar el uso de normas y lineamientos que impacten directamente en la formación de contenido responsable. Además, la integración y planeación de estrategias didácticas, apoyadas de herramientas tecnológicas y contenidos informativos procedentes de otras áreas de conocimiento, mejora la transmisión y recepción del saber.

En conjunto, estos elementos promueven un diálogo analítico, crítico y reflexivo entre los miembros de la comunidad educativa. Así, el estudiantado logra reconocerse como sujeto activo en la construcción de su entorno social y cultural. Para reforzar el vínculo entre estudiante, aula y comunidad, es necesario que el personal docente pondere y ajuste su práctica educativa a partir de la revisión de evidencias reunidas durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las y los estudiantes.

Tomar en cuenta la planeación de estrategias para la construcción de procesos de comunicación efectiva, así como la autoevaluación de la práctica docente, fortalece los valores comunitarios difundidos por la NEM.

Realizar una evaluación final y sumativa en la que se explique al estudiantado en qué consiste la valoración del producto designado.

- Compartir los propósitos educativos y los criterios de logro o metas de aprendizaje con tus estudiantes.
- Diseñar e implementar actividades que evidencien lo que el estudiantado está aprendiendo.
- Ofrecer retroalimentaciones formativas sobre los productos que estén elaborando.
- Mediador del aprendizaje.
- Promotor del pensamiento crítico y guía del estudio independiente.

Como parte del proceso metacognitivo donde el estudiantado debe autoevaluarse y coevaluarse se sugiere tener presente preguntas como:

- ¿A dónde voy? (que permite establecer reglas)
- ¿Cómo voy? (favorece el monitoreo del aprendizaje)
- ¿A dónde ir ahora? (donde requiere la revisión de su trabajo y ajustes necesarios)

- ¿Para qué me sirve lo que acabo de aprender? (otorga relevancia a los aprendizajes)
- ¿Cómo trabajó mi compañero?
- ¿Cómo podemos mejorar como equipo?

IX. Rol del estudiantado

El rol del estudiantado en el proceso educativo no se limita simplemente a recibir información y repetirla, sino que debe ser un agente activo en la construcción de su propio conocimiento y de su identidad. En este sentido, no sólo se trata de aprender a leer y escribir; implica aprender a narrar y comprender su propia vida, tanto como autor o autora de su historia personal, como testigo de su contexto social y cultural. Este proceso es fundamental para que el estudiantado se convierta en un sujeto consciente y crítico de su realidad.

La educación es un motor de transformación social, pero también puede perpetuar las desigualdades existentes al tratar a todos y todas por igual sin considerar la diversidad inherente al estudiantado. La educación debe empoderarles, dándoles las condiciones necesarias para reconocer y cuestionar las desigualdades que les rodean.

Si las y los estudiantes son insertados en una educación que no considera su clase, sexo, género, etnia, lengua, cultura, capacidad, condición migratoria, religión o cualquier otro aspecto de su identidad, es muy probable que se apropien de la idea de que “la escuela no es para ellos y ellas”, ya que se enfrentarían constantemente a comentarios o actitudes que les califican de incapaces, ignorantes, indolentes o inútiles terminando por creerlo y asumirlo como verdad. Esta autodesvalorización es una barrera significativa para su desarrollo ya que puede llevar a creer que el conocimiento y la sabiduría pertenecen únicamente a las y los "profesionales" y no reconocen el valor de su propio conocimiento y experiencia.

El rol de las y los estudiantes, entonces, debe ser el de un sujeto activo que desafía y transforma estas narrativas opresivas que fomentan las desigualdades. Debe aprender a valorar su propia voz y experiencia, y a reconocer su capacidad para conocer y transformar su realidad. La educación debe ser un proceso liberador que les permita verse a sí mismos o mismas como agentes de transformación social, capaces de escribir su propia historia y de participar activamente en la construcción de una sociedad más justa y humana.

X. Tecnologías de la Información, Comunicación, Conocimiento y Aprendizaje Digital (TICCAD)

La implementación de las TICCAD en la planeación didáctica representa una oportunidad para enriquecer la experiencia educativa, al facilitar el desarrollo de las habilidades, saberes y competencias digitales, potenciar la creatividad y motivación del estudiantado y favorecer la labor del profesorado. (Aprende.mx, 2022).

Al transversalizar el uso de las TICCAD, se busca integrar sus herramientas de manera horizontal a lo largo de todas las Unidad de Aprendizaje Curricular, en lugar de relegarlas a un recurso sociocognitivo específico. Esto permite que las y los estudiantes desarrollen habilidades digitales de manera progresiva y coherente a lo largo de su formación académica, independientemente del área de conocimiento en la que se encuentren.

No obstante, resulta crucial que la integración de las TICCAD se realice considerando las particularidades de cada plantel, su infraestructura, el nivel de competencia digital del personal docente y el estudiantado, así como los recursos disponibles. De esta manera, se garantiza que estas herramientas se utilicen de manera efectiva y se maximice su impacto en el proceso educativo.

Al integrar las TICCAD en la planeación didáctica de acuerdo con las posibilidades de cada plantel, las y los docentes pueden enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, promoviendo la participación activa de sus estudiantes, fomentando el pensamiento crítico y creativo, y facilitando el acceso a una educación de excelencia para todos y todas.

XI. Referencias

ACUERDO número 09/05/24 que modifica el diverso número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior. Secretaría de Educación Pública. DOF. (2024) Fecha de citación [06-06-2024]. Disponible en formato HTML: https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5729564&fecha=05/06/2024#gsc.tab=0 Aprende.mx. (1 de mayo de 2022). TICCAD. Nueva Escuela Mexicana. Recuperado de: https://nuevaescuelamexicana.sep.gob.mx/detalle-recurso/20711/

ACUERDO número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior. Secretaría de Educación Pública. DOF. (2023) Fecha de citación [11-01-2024]. Disponible en formato HTML: https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5699835&fecha=25/08/2023#gsc.t Dirección General del Bachillerato. (2023). *Orientaciones para la Evaluación del Aprendizaje*. DGB.

Dirección General del Bachillerato. (2024). *Orientaciones Psicopedagógicas para la Elaboración de Programas de Estudio y Progresiones de Aprendizaje*. DGB.

Subsecretaría de Educación Media Superior. (2023f). *Progresiones de Aprendizaje del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático*. SEP.

Créditos

Elaboradores y elaboradoras

Gabriela Castro Salazar
Colegio de Bachilleres del Estado de Sinaloa

Neyser Darío Constantino López
Colegio de Bachilleres del Estado de Chiapas

Luis Marcos Rocha Castro
Preparatoria Federal Lázaro Cárdenas 1/2
Tijuana, Baja California

David Alejandro Torres González
Centro de Estudios de Bachillerato 6/1
“Aguascalientes” Aguascalientes
Aguascalientes

José Miguel Zárate Paz
Escuela Preparatoria Particular Incorporada EMS 3/665
Preparatoria Ibero Puebla

Personal académico de la Dirección General del Bachillerato que coordinó

Jorge Alejandro Rangel Sandoval

Brenda Nalleli Durán Orozco

Fanny Casas Cortés

Gabriela Castro Nava

Héctor Franco Gutiérrez

Juan Miguel Hernández González

La construcción de estas Progresiones de Aprendizaje no hubiera sido posible sin la valiosa contribución y retroalimentación de las y los docentes de Educación Media Superior a lo largo de todo el país.

La Dirección General del Bachillerato agradece y reconoce a todas las personas que colaboraron en la construcción de este documento con sus valiosas aportaciones.

EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

DGB