EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

Programa de Estudios

de la UAC del Recurso Sociocognitivo

Taller de Pensamiento Variacional I

Quinto Semestre

Clave: 30531-0015-23FE

EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Primera edición, 2024

Secretaría de Educación Pública

Subsecretaría de Educación Media Superior

Dirección General del Bachillerato

Av. Revolución 1425, Col. Campestre.

Álvaro Obregón, C.P. 01040, Ciudad de México.

Distribución gratuita.

Prohibida su venta.

Contenido

Presentación

La Dirección General del Bachillerato (DGB) presenta las Progresiones de Aprendizaje de las diversas Áreas de Conocimiento y de los Recursos Sociocognitivos del Componente de Formación Fundamental Extendido, para el Plan de estudios propio de esta Dirección General.

Estas tienen su sustento, teórica y conceptualmente, en el modelo educativo del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS)[1], y dan cumplimiento a las atribuciones conferidas a esta Dirección General por el Reglamento Interior de la Secretaría de Educación Pública (SEP), en el cual se establece, en el Artículo 19 Fracciones I y II la importancia de "*proponer las normas pedagógicas, contenidos, planes y programas de estudio, métodos, materiales didácticos e instrumentos para la evaluación del aprendizaje del bachillerato general, en sus diferentes modalidades y enfoques, y difundir los vigentes*"; además de "*impulsar las reformas curriculares de los estudios de bachillerato que resulten necesarias para responder a los requerimientos de la sociedad del conocimiento y del desarrollo sustentable*"(RISEP, 2020).

En este sentido, los planteamientos del MCCEMS buscan una formación integral en el estudiantado mediante el desarrollo de la capacidad creadora, productiva, libre y digna del ser humano, conformando una ciudadanía que tenga amor al país, a su cultura e historia. Por ello, el Bachillerato General plantea las diversas Unidades de Aprendizaje Curricular (UAC) para que, con sus estudiantes egresados y egresadas contribuya al logro de su objetivo específico, el cual radica en la "*conformación de una ciudadanía reflexiva, con capacidad de formular y asumir responsabilidades de manera comunitaria, interactuar en contextos plurales y propositivos, trazarse metas y aprender de manera continua y colaborativa*".

[1] El cual puede ser consultado a través del siguiente enlace: https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13516/1/images/Documento%20base%20MCCEMS.pdf

En este contexto, se presenta la UAC Taller de Pensamiento Variacional I específica del Bachillerato General, con objetivos delimitados acorde a las características del subsistema y de la población a la cual se dirige. El documento se encuentra conformado por apartados mediante los cuales se describe no solo la fundamentación, sino los elementos claves para su implementación en el aula. El primero corresponde a la justificación del Área o Recurso Sociocognitivo, qué lugar ocupa y cuál es su función al interior del currículo de la Educación Media Superior (EMS); el segundo, pertenece a los fundamentos donde se concentra la relevancia y propósitos del Área, así como su impacto en la comunidad; el tercero se refiere a los conceptos básicos diferentes según el Área de conocimiento o Recurso Sociocognitivo de la UAC; y en el cuarto se desarrollan las progresiones de aprendizaje que se elaboraron de manera colegiada por personal docente de diversos estados con experiencia disciplinar, así como con personal colaborador de la Dirección General del Bachillerato, para finalmente contar con la revisión y validación por parte de la Coordinación Sectorial de Fortalecimiento Académico de la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS).

Programa de Estudios de Taller de Pensamiento Variacional I

Semestre	Quinto	
Créditos	6	
Componente	Fundamental extendido	
Horas de Mediación Docente	**Semestral**	**Semanal**
	48	3

I. Introducción

Educar en el siglo XXI demanda una visión holística y transversal de nuestro entorno para hacer frente a los retos del futuro, modificando el presente a través de los aprendizajes y experiencias del pasado, y para ello, la actividad matemática nos proporciona herramientas que van más allá de algoritmos y formalismos. La construcción de las ideas matemáticas en el estudiantado está asociada a diversos factores tales como comunicación, representación, visualización, imaginación e intuición y es el resultado de aproximaciones sucesivas construidas a través de significados aritméticos, algebraicos, geométricos, estocásticos y variacionales, considerando aspectos culturales, históricos e institucionales.

El estudio de la variación y aproximaciones infinitesimales a través del Cálculo ha representado un hito en el desarrollo histórico y científico de la humanidad, por lo que resulta imperativo acercar al estudiantado a su comprensión para el análisis, reflexión, interpretación, modelación e interacción con situaciones problema de la vida cotidiana a través de un refinamiento del pensamiento variacional, originando la necesidad de diseñar el Taller de Pensamiento Variacional I y II en donde el personal docente guíe la resolución de estos problemas.

El Cálculo Diferencial parte de aproximaciones a tasas de cambio cuando se tiene una variación pequeña, brindando respuesta a fenómenos susceptibles de ser estudiados por medio del análisis de funciones, límites y derivadas en problemas relacionados con las ciencias para mejorar el entendimiento de su entorno. Por su parte, el Cálculo Integral parte del reconocimiento y comprensión de las ideas fundamentales del cálculo de áreas de figuras no regulares que retome variaciones pequeñas que permitan la introducción de nuevos conceptos que conduzcan al estudiantado a reinterpretar su realidad.
Para ello, el Pensamiento Variacional ofrece al estudiantado diversas herramientas conceptuales y cognitivas para el desarrollo de habilidades intelectuales que le permitirán mejorar su toma de decisiones en situaciones de su vida diaria y, al mismo tiempo, sentar una base sólida y comprensión especializada como preparación y orientación para la elección de los estudios de educación superior.

El **Taller de Pensamiento Variacional I (TPVI)** busca que el estudiantado observe, analice, modele, resuelva e interprete problemas reales y de su comunidad, usando la derivada como razón de cambio a partir de su entendimiento como un límite, además de usar Teoremas propios del cálculo diferencial, valorando y adaptando la aplicación de procesos de razonamiento matemático que le permitan relacionar la información y obtener conclusiones para elaborar algoritmos que anticipen, predigan o validen la solución de problemas propios de las ciencias y de su entorno.

Unidades de Aprendizaje Curricular	Semestre	Horas Semanales			Horas Semestrales			Créditos
		MD	EI	Total	MD	EI	Total	
Taller de Pensamiento Variacional I	5	3	45 minutos	3 horas 45 minutos	48	12	60	6

II. Aprendizajes de trayectoria

El Taller de Pensamiento Variacional, al formar parte del Recurso sociocognitivo de Pensamiento Matemático, considera los mismos aprendizajes de trayectoria, los cuales se explicitan en el acuerdo secretarial 09/08/23 y se presentan a continuación:

- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal.
- Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).
- Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.
- Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.

III. Progresiones y metas de aprendizaje

El Taller de Pensamiento Variacional, al formar parte del Recurso sociocognitivo de Pensamiento Matemático, considera las mismas categorías, subcategorías y metas de aprendizaje, las cuales se explicitan en el acuerdo secretarial 09/08/23 y se presentan a continuación:

Categorías y subcategorías

Categoría I. Procedural

Esta categoría engloba los procesos propios de la ejecución mecanizada e incluso automatizada de algoritmos y procedimientos, así como también el acto de interpretar los resultados que arrojan dichos procedimientos algorítmicos.

Subcategorías

Elementos aritméticos-algebraicos

Comprende los recursos procedurales involucrados en la manipulación tanto aritmética como algebraica de objetos matemáticos.

Elementos geométricos

Se refiere a la manipulación de objetos geométricos tales como puntos, líneas, figuras, planos, etc. Algunas veces relacionados con propiedades o con sistemas de referencia mediante el uso de coordenadas y/o magnitudes.

Elementos variacionales

Comprende los recursos procedurales involucrados en la manipulación de objetos matemáticos relacionados con la variación tales como funciones y límites.

Manejo de datos e incertidumbre

Considera el uso e interpretación de datos y el cálculo de posibilidades. Incluye desde la recolección de datos, la revisión de los términos básicos utilizados en probabilidad y estadística y las formas en que se recolectan datos a partir de una necesidad específica, así como las ventajas de elegir una forma para organizarlos, interpretarlos y utilizarlos en la toma de decisiones en ambientes de incertidumbre.

La primera categoría constituye un grupo inicial de recursos y corresponden al dominio de los recursos procedurales, lleva a describir y ejecutar procedimientos matemáticos, en forma sintética o extendida, automatizada o como una secuencia razonada de pasos. En las diferentes áreas de la matemática hay formas de hacer, de resolver, de simplificar, etc., por eso su contenido se vuelve un valioso recurso al emplearlos en la solución de problemas y en la toma de decisiones.

Categoría 2. Procesos de Intuición y razonamiento

Esta categoría incluye procesos fundamentales en el quehacer matemático como lo son la observación, la intuición, el acto de formular conjeturas y la argumentación. La matemática tiene una cualidad dual: la intuición y la formalidad. Todo descubrimiento o creación matemática parte de la intuición, de un chispazo que resulta complicado de describir, el cual no se articula a través de una serie de pasos lógicos secuenciales. La forma en que una idea nace casi nunca es lógica. Por otro lado, la matemática exige, para poder continuar desarrollándose, la formalización y presentación lógica y formal de aquellas ideas que el individuo aprehendió intuitivamente; de suerte tal que existe una especie de proceso dialéctico en el desarrollo de la matemática que va de la intuición a la formalidad y que se repite constantemente.

Es importante mencionar que los procesos cognitivos que se buscan desarrollar en el estudiantado en esta etapa no pretenden tener el mismo acabado que aquellos que desarrollan los profesionales de la matemática, pero sí ser fundamentalmente dichos procesos, pero a un nivel de complejidad adecuado al desarrollo del estudiante.

Subcategorías

Capacidad para observar y conjeturar

Los descubrimientos a los que ha llegado el ser humano se han realizado después de que ha sido capaz de observar algún elemento crucial de su objeto de estudio. A partir de sus observaciones y de su experiencia previa, el ser humano lanza conjeturas: afirmaciones que pueden ser verdaderas o falsas y que demandan una mayor investigación y reflexión.

Pensamiento intuitivo

Muy relacionada con la subcategoría anterior, la subcategoría de Pensamiento intuitivo engloba aquellos procesos cognitivos por los cuales el ser humano comprende en una primera aproximación los objetos matemáticos y fenómenos de diversa índole, no necesariamente teórica.

Pensamiento formal

La matemática para poder continuar desarrollándose necesita una presentación formal. Con esta subcategoría estamos englobando aquellas habilidades involucradas al producir argumentaciones rigurosas en favor o en contra de afirmaciones tanto matemáticas como de diversa naturaleza.

La propuesta es llevar al estudiantado a participar de estos procesos cognitivos. Un estudiante puede observar, intuir, conjeturar y argumentar, evidentemente no al nivel de complejidad con que realiza estas acciones la o el investigador de matemáticas, pero la diferencia es más de orden cuantitativo que cualitativo.

Categoría 3. Solución de problemas y modelación

Esta categoría engloba aquellos procesos que suceden cuando describimos un fenómeno utilizando técnicas y lenguaje matemático o resolvemos un problema, entendiendo a este último como un planteamiento al que no se le puede dar respuesta empleando procedimientos mecánicos (obsérvese cómo esta definición de problema depende y varía de individuo a individuo). La modelación se entiende como el uso de la matemática y su lenguaje en la descripción de fenómenos de diversa naturaleza.

Subcategorías

Uso de Modelos

Emplear una representación abstracta, conceptual, gráfica o simbólica para describir un fenómeno o de un proceso, verificando el cumplimiento de las hipótesis necesarias, para analizar la relación entre sus variables lo que permite comprender fenómenos naturales, sociales, físicos y otros y además, resolver problemas.

Construcción de Modelos

Implica, entre otras cosas, la búsqueda, delimitación y determinación de las variables adecuadas para describir la situación, problema o fenómeno estudiado.

Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios

La heurística se refiere a estrategias, métodos, criterios o astucias utilizados para hacer posible la solución de problemas complejos. Un procedimiento es no rutinario cuando no basta con aplicar una regla o un método mecanizado o de carácter algorítmico o establecido, sino que requiere cierta intuición y búsqueda poniendo en práctica un conjunto de conocimientos y de experiencias anteriores.

La tercera categoría dota de recursos para solucionar problemas y plantear modelos, desde una perspectiva global, estos recursos son útiles para comprender el problema, diseñar y ejecutar un plan y probar el resultado. Con estos recursos se resuelven situaciones problemáticas y describen fenómenos empleando el pensamiento matemático.

Categoría 4. Interacción y lenguaje matemático

La matemática posee un lenguaje, el cual resulta ser riguroso, y que, a su vez, convive y se comunica a través de diversos lenguajes naturales (español, lenguas indígenas, inglés, lengua de señas, etc.) Esta categoría engloba las consideraciones propias que el o la practicante del pensamiento matemático debe tener en mente cuando comunica sus ideas, entendiendo que un lenguaje natural y un lenguaje formal tienen puntos de convergencia y puntos de divergencia; en ambos casos buscamos que el estudiantado sea riguroso con el uso de estos lenguajes.

Subcategorías

Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico

Esta subcategoría se articula al establecer jerarquías, agrupaciones, composiciones, el uso formal de símbolos e imágenes respetando las propiedades y reglas.

Negociación de significados

Esta subcategoría se aplica al revisar tanto individual como colectivamente los significados de las expresiones, sus posibles sentidos e interpretaciones, así como la generación de expresiones y representaciones formales asociadas.

Ambiente matemático de comunicación

Se describe así al ambiente generado para transmitir ideas, inquietudes, conjeturas y conceptos matemáticos empleando lenguajes naturales y formales.

La cuarta categoría aporta al individuo recursos para emplear el lenguaje matemático y para interactuar con personas de su entorno dando una dimensión social al aprendizaje.

Metas de aprendizaje

Metas de Aprendizaje			
C1M1	**C2M1**	**C3M1**	**C4M1**
Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural
C1M2	**C2M2**	**C3M2**	**C4M2**
Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del	Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran	Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de	Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema

pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	explicación o interpretación.	explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	tanto teórico como de su entorno.
C1M3	**C2M3**	**C3M3**	**C4M3**
Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos	Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o evaluación.

		socioemocionales y de su entorno.	
	C2M4	**C3M4**	
	Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	

Planteamiento general

El pensamiento variacional es un componente indispensable para las ciencias y la tecnología, sin la herramienta teórica suministrada por el cálculo para representar y modelar situaciones y fenómenos el nivel de comprensión que tiene la humanidad sobre los fenómenos sería deficiente. No solamente es la realidad física la que puede explicarse a través del Pensamiento Variacional, también la comprensión de algunos sistemas biológicos, fenómenos epidemiológicos y sociales pueden ser explicados con la ayuda del pensamiento variacional. Para comprender nuestro entorno es necesario tener conciencia sobre lo que varía. El cambio es una parte de la vida, es por ello que el estudio de la variación desde el pensamiento matemático se vuelve fundamental en la formación humana de nuestras y nuestros jóvenes.

Progresiones de Aprendizaje

Las Progresiones de Aprendizaje son unidades didácticas innovadoras y flexibles para la descripción secuencial de los aprendizajes asociados a la comprensión y solución de necesidades y problemáticas personales y/o sociales (DOF, 09/08/23).

Taller de Pensamiento Variacional I

Progresión 1: Aplica técnicas aritméticas, algebraicas y operaciones funcionales a través del planteamiento de problemáticas de las ciencias, para realizar procesos según lo requiera y adecuar la expresión matemática de manera que el estudiantado analice, compruebe e interprete sus hallazgos y resultados

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M1. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos de ciencia y de su entorno	**C1.** Procedural	**S1**. Elementos aritméticos algebraicos
C4M1. Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	**C4.** Interacción y lenguaje matemático	**S1**. Registro escrito, simbólico, algebráico e iconográfico

Progresión 2. Analiza de manera formal el concepto de límite, profundizando en el cálculo de límites de funciones mediante sus teoremas para dar solución a problemáticas contextualizadas de las ciencias utilizando métodos analíticos y/o recursos tecnológicos.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M1. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	**C1**. Procedural	**S1**. Elementos aritmético-algebraicos
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.		**S3**. Elementos Variacionales
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	**C2**. Procesos de intuición y razonamiento	**S3**. Pensamiento formal
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	**C3**. Solución de problemas y modelación	**S1**. Uso de modelos

C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.		**S3.** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios
		S4. Manejo de datos e incertidumbre

Progresión 3: Analiza la definición formal de derivada a partir del planteamiento de una situación-problema significativa para el estudiantado que evidencie la variación de una recta secante a la recta tangente, con la cual se puedan obtener las reglas de derivación para calcular derivadas de funciones, empleando en caso de ser necesario recursos tecnológicos.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M1. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	**C1.** Procedural	**S1.** Elementos aritmético-algebraicos
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos,		**S2.** Elementos geométricos
		S3. Elementos Variacionales

empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.		**S4.** Manejo de datos e incertidumbre
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	**C2.** Procesos de intuición y razonamiento	**S3.** Pensamiento formal
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S1**. Uso de modelos
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.		**S3.** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios

Progresión 4: Emplea la regla del producto, la regla del cociente y la regla de la cadena en situaciones-problema provenientes de recursos sociocognitivos y/o áreas del conocimiento, en donde la función que describe el fenómeno de estudio requiere el uso de una de estas reglas.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M1. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	**C1.** Procedural	**S1.** Elementos aritmético-algebraicos
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S1**. Uso de modelos
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.		

Progresión 5: Analiza el Teorema de valor medio y Teorema de Rolle así como su utilidad en el planteamiento y solución a problemas de la vida cotidiana o del entorno que le rodea de manera que el estudiantado analice, compruebe e interprete sus hallazgos y resultados.

Metas	Categorías	Subcategorías
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	**C2.** Procesos de intuición y razonamiento	**S1.** Capacidad para observar y conjeturar
C2M2. Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.		**S3.** Pensamiento formal
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	**C3**. Solución de problemas y modelación	**S1**. Uso de modelos

Progresión 6: Aplica procedimientos algorítmicos para derivar funciones implícitas y de orden superior, así como el uso de estas últimas para resolver límites indeterminados utilizando la regla de L'Hopital aplicando estas herramientas en la solución de problemas de las ciencias.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M1. Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	**C1.** Procedural	**S1.** Elementos aritméticos-algebraicos
C1M2. Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.		**S3**. Elementos variacionales
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S2.** Construcción de modelos
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para		

la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.		

Progresión 7: Aplica y/o construye modelos para encontrar la solución de situaciones-problema de su contexto, usando la derivada como una herramienta que le permite interpretar y explicar fenómenos de variación estudiados por las ciencias considerando herramientas analíticas y/o tecnológicas en la modelación.

Metas	Categorías	Subcategorías
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	**C2.** Procesos de intuición y razonamiento	**S1.** Capacidad para observar y conjeturar
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.		

C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.		**S1**. Uso de modelos
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	**C3.** Solución de problemas y modelación	**S2.** Construcción de modelos
C3M4. Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.		**S3.** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios
C4M1. Describe situaciones o fenómenos empleando	**C4.** Interacción y lenguaje matemático	**S1.** Registro escrito, simbólico, algebráico e iconográfico

rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.		**S3**. Ambiente matemático de comunicación

Progresión 8: Construye modelos matemáticos, identificando las variables que se relacionan entre sí, obteniendo de manera intuitiva la diferencial como una herramienta para darle solución a problemas de las ciencias que le permita obtener información y analizar los resultados para la toma de decisiones.

Metas	Categorías	Subcategorías
C1M2. Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	**C1.** Procedural	**S1.** Elementos aritmético-algebraicos
		S3. elementos variacionales
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	**C2.** Procesos de intuición y razonamiento	**S1.** Capacidad para observar y conjeturar
C2M4. Argumenta a favor o en contra de		**S2.** Pensamiento intuitivo

afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.		
C3M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	**C3**.Solución de problemas y modelación	**S2.** Construcción de modelos
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.		**S3.** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios

IV. Transversalidad

Entendemos por transversalidad al enfoque de alta interacción entre áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos y recursos socioemocionales del MCCEMS. Estudios que poseen cierta relación con dicha concepción (Eronen, L., et al., 2019, Drake, S. M., & Burns, R. C., 2004) nos hablan de un espectro que comprende lo multidisciplinario (diferentes disciplinas se integran alrededor de un tema común), lo interdisciplinario (la organización curricular alrededor de aprendizajes comunes a través de disciplinas) y la transdisciplinariedad (basada en interrogantes que las y los estudiantes pueden hacerse y en sus inquietudes por desarrollar habilidades para la vida real dentro de contextos reales). Al ser integrado como un recurso sociocognitivo al MCCEMS, el pensamiento matemático adquiere una función transversal dentro de dicha estructura. Esto no implica que todo cuanto se trabaje con las y los estudiantes acerca del pensamiento matemático deba de transversalizarse, pues existirán momentos en que la disciplina demande trabajo sobre sí misma para poder continuar con un desarrollo integral.

El pensamiento matemático al posicionarse junto con los demás recursos sociocognitivos cumple una función de apoyo para que el estudiantado pueda consolidar sus conocimientos de las demás áreas. Son evidentes los puntos de encuentro entre el pensamiento matemático y las ciencias sociales (al estudiar fenómenos económicos o poblaciones, por poner un par de ejemplos), con las ciencias naturales, experimentales y tecnología (al hacer uso del lenguaje matemático para describir diversas leyes de la física o la química, al utilizar modelos matemáticos para ayudar en la explicación de algunos sistemas biológicos, etc.), con las humanidades (partiendo del hecho de que la propia matemática es obra creativa del ser humano y que muchas veces ha estado inmersa en diversos desarrollos artísticos).

El pensamiento variacional es una herramienta que complementa el estudio de los demás recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y áreas de conocimiento, donde son evidentes puntos de encuentro en la determinación de la pendiente de una curva, la derivada, el área debajo de una curva y la integral, para el estudio del cambio en todas las ciencias.

Es importante decir que la transversalidad tanto con áreas de conocimientos como con recursos socioemocionales y sociocognitivos puede operar en dos niveles fundamentales: en un primer nivel a través de esos puntos de contacto existentes con las demás disciplinas a las que nos referíamos en el párrafo anterior; pero también en un segundo nivel, si se quiere más profundo, en donde la interiorización de las habilidades relacionadas con el pensamiento matemático permiten una mejor comprensión, una ordenación mental más clara y permiten también una mayor profundidad dentro de las demás experiencias cognitivas.

A pesar de la importante función que se le otorga al pensamiento matemático, no debemos olvidar que nosotras y nosotros, como docentes de pensamiento matemático, no tendremos necesariamente un lugar protagónico en la escuela.

El trabajo colaborativo, tan esencial para el desarrollo del programa aula, escuela y comunidad, asume interacciones profesionales y respetuosas en la que todas y todos los agentes involucrados en la educación, entre los que nos encontramos nosotros y las y los colegas de otras áreas y recursos, valoren la función y las aportaciones de todos los demás.

Por último, es necesario que logremos enseñar con perspectiva socioemocional, pues enseñamos a seres humanos que merecen todo nuestro respeto y también debido a que logrando consolidar un ambiente de confianza mutua podremos desempeñar mejor nuestra importante labor.

V. Evaluación formativa del aprendizaje

Es un proceso mediante el cual la comunidad docente reúne información acerca de lo que sus estudiantes saben, interpretan y pueden hacer, y a partir de ello comparan esta información con las metas de aprendizaje para brindarle al estudiantado sugerencias acerca de cómo pueden mejorar su desempeño. Se lleva a cabo con el propósito de mejorar la enseñanza y el aprendizaje mientras la instrucción aún está en curso. La práctica en el aula es formativa en la medida en que la evidencia sobre los logros de las y los estudiantes se interpreta y usa por el profesorado, los aprendices o sus compañeros, para tomar decisiones sobre los próximos pasos en la instrucción, los que se espera sean mejores que las decisiones que habrían tomado en ausencia de la evidencia que se obtuvo.

Para profundizar sobre el tema de evaluación formativa y la retroalimentación se sugiere revisar el documento de Orientaciones para la Evaluación del Aprendizaje en el siguiente enlace:

https://dgb.sep.gob.mx/storage/recursos/2024/04/6mL0WsYtNp-Orientaciones-para-la-evaluacion-del-aprendizaje-(1).pdf

VI. Recomendaciones para el trabajo en el aula y la escuela

En este apartado se brinda una propuesta de trabajo en el aula y la escuela, se enuncian los siguientes ejemplos que brindan una orientación metodológica para abordar las progresiones. Enseguida se presentan algunos ejemplos didácticos de cómo se pueden abordar algunas progresiones. Se sugieren tres momentos principales para su abordaje.

- Momento 1. Identificar la progresión y comprender sus componentes.
- Momento 2. Diseñar un plan de clase para alcanzar las metas de aprendizaje.

- Momento 3. Diseñar una evaluación y considerar el proceso de retroalimentación

Progresión 3

Analiza la definición formal de derivada a partir del planteamiento de una situación-problema significativa para el alumnado que evidencie la variación de una recta secante a la recta tangente, con la cual se puedan obtener las reglas de derivación para calcular derivadas de funciones, empleando en caso de ser necesario recursos tecnológicos.

Desarrollo de la progresión

Momento 1. Identificación de la progresión

Progresión 3. Analiza la definición formal de derivada a partir del planteamiento de una situación-problema significativa para el alumnado que evidencie la variación de una recta secante a la recta tangente, con la cual se puedan obtener las reglas de derivación para calcular derivadas de funciones, empleando en caso de ser necesario recursos tecnológicos.

Categorías C1: Procedural. C2: Procesos de intuición y razonamiento. C3: Solución de problemas y modelación.

Subcategoría de Procedural S1: Elementos aritméticos algebraicos. S2. Elementos geométricos. S3 Elementos variacionales.

Subcategoría de Procesos de intuición y razonamiento S3: Pensamiento formal

Subcategorías de Solución de problemas y modelación S1: Uso de modelos. S3: Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios

Metas de aprendizaje de Procedural M1: Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas. M3: Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares. matemáticos, de las ciencias y de su entorno.

Metas de aprendizaje de procesos de intuición y razonamiento M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.

Metas de aprendizaje de solución de problemas y modelación M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto. M3 Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.

Momento 2. Diseñar una actividad

La siguiente actividad es una sugerencia didáctica, por lo que cada docente podrá diseñar situaciones-problema de conformidad con su contexto y recursos disponibles. La presente progresión será desarrollada en cuatro sesiones de 1 hora cada una con la intervención del personal docente en las sesiones para el desarrollo del concepto de la derivada.

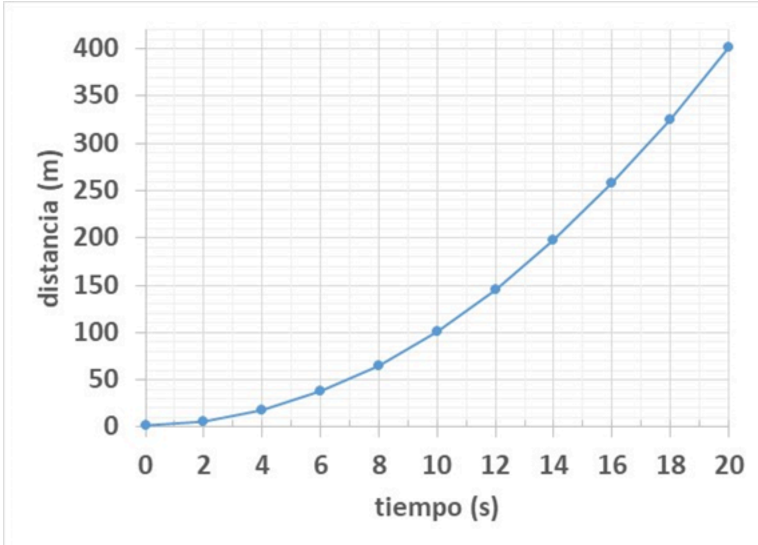
Sesión 1

Situación-problema. En una comunidad cercana a una ladera pronunciada hay peligros de deslaves constantes. Se sabe que cuando una roca se desprende, esta puede provocar daños en las casas aledañas. Además, se sabe que la caída de las rocas está regida por la siguiente función

$$f(x) = x^2 + \frac{3}{2},$$

por lo que se solicita al estudiantado genere una tabla de datos desde el tiempo $t = 0$ hasta el tiempo $t = 14$ y los grafique, lo cual le permitirá observar el comportamiento de la distancia respecto al tiempo, generando lo siguiente,

tiempo (s)	distancia (m)
0	1.5
2	5.5
4	17.5
6	37.5
8	65.5
10	101.5
12	145.5
14	197.5



Sugerencias para el personal docente

Las actividades, preguntas o información que se plantee deberá tener las siguientes características:

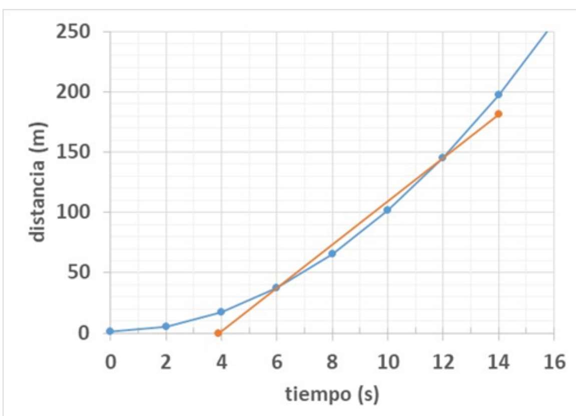
1. Partir de aprendizajes previos para guiar al estudiantado a la construcción de nuevos saberes, abordando los conceptos formales desde un planteamiento aplicado, en situaciones cotidianas para el alumnado y con ello partir a la formalización.
2. Considerar una amplia gama de ejemplos que abarquen situaciones-problema en las que sea evidente el comportamiento o fenómeno que se puede modelar atendiendo al propósito de la progresión.
3. Generar ambientes de aprendizaje emocionalmente seguros en donde el estudiantado tenga la oportunidad de participar concibiendo el error como una oportunidad de aprendizaje.
4. Vincular el contenido de las progresiones con experiencias previas de las y los estudiantes.
5. Despertar el interés de la comunidad estudiantil, atendiendo su contexto.
6. Enunciar qué se espera que se aprenda como resultado de la

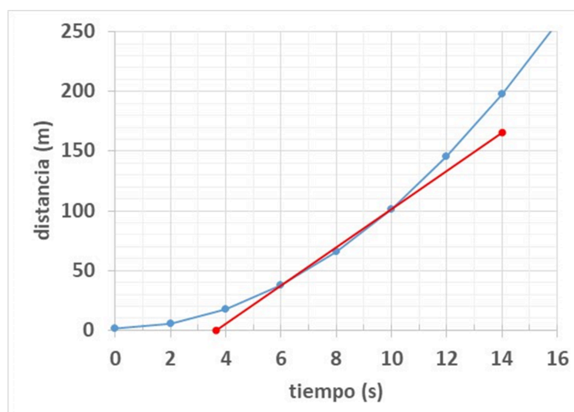
progresión.

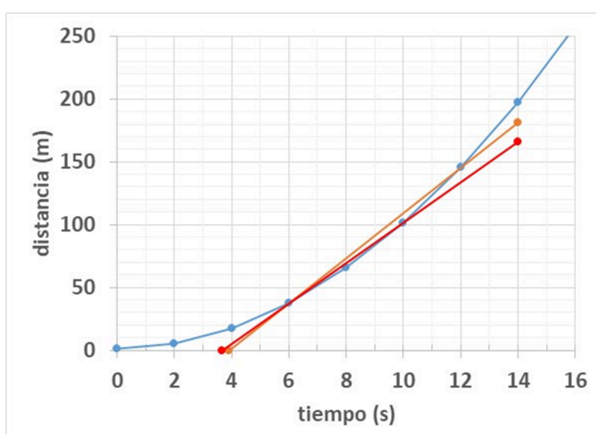
7. Plantear actividades contextualizadas que consideren la región geográfica en la que se encuentre el estudiantado y sus estilos de aprendizaje.

Sesión 2

Con la gráfica anterior se seleccionan los puntos $P_1(6, 37.5)$, $P_2(12, 145.5)$, para trazar una línea secante, posterior a esto determinar la pendiente de dicha recta. Ahora el estudiantado repite este mismo procedimiento, pero para los puntos $P_1(6, 37.5)$, $P_2(10, 101.5)$, como se muestra a continuación.







En esta última gráfica se aprecian la función que describe el movimiento de las rocas, la primera secante trazada y la secante que trazaron los estudiantes.

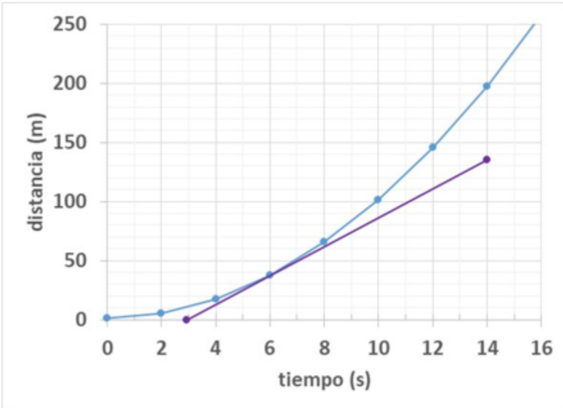
Se pedirá al estudiantado realizar la comparación de las razones de cambio (pendientes) que se obtuvieron de las rectas secantes y responder las siguientes preguntas:

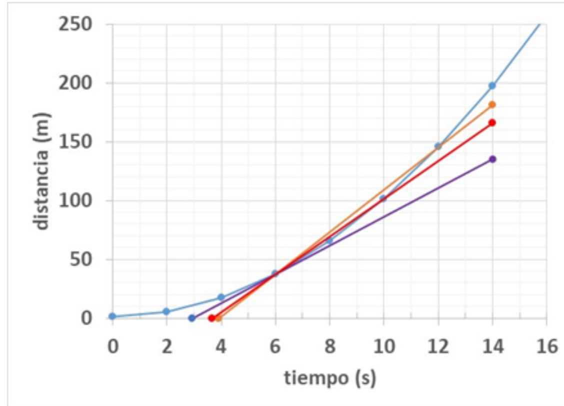
.

1. ¿Qué representa la pendiente de las rectas en este problema?
2. ¿Consideras que las pendientes de las rectas secantes representan una razón de cambio confiable para la curva que cortan? Argumenta
3. ¿Cuál de las dos razones de cambio será más confiable para representar el segmento de curva que abarcan?.
4. ¿Puedes proponer alguna estrategia que permita obtener un resultado representativo o confiable de la razón de cambio de la curva con respecto a la pendiente de la recta secante?

En este punto el personal docente, a partir de las respuestas que comparta el estudiantado en plenaria, complementará o retroalimentará la idea; en el caso de que no exista alguna propuesta que acerque al abordaje formal de la definición de derivada a través del análisis de la recta secante-tangente, se propondrá al estudiantado graficar una tercera recta conservando como punto 1 de partida, P_1 y que el punto 2, P_2, elegido, se acerque cada vez más al punto P_1 cuya variación sea muy pequeña.

Se sugiere proponer las siguientes coordenadas para trazar la recta secante a la curva y calcular la pendiente de dicha recta, que tiende a ser tangente, $P_1(6, 37.5)$, $P_2(6.25, 40.56)$, se muestra la gráfica de dicha secante.





Sesión 3

En esta sesión el personal docente guiará al estudiantado para encontrar la razón de cambio de la curva utilizando los mismos puntos pero a través de la función que describe el movimiento de la rocas que caen por la ladera.

$$m = \frac{f(t_2)-f(t_1)}{t_2-t_1}$$

$$m = 12.25$$

Se pedirá al estudiantado comparar la razón de cambio calculada a partir de la evaluación de la función de la curva, con la razón de cambio inmediata anterior obtenida de la recta secante tomando como referencia los mismos puntos.

Enseguida se responderá en plenaria la siguiente pregunta: ¿qué conclusiones obtienes de la comparación?

En este momento el personal docente encontrará la oportunidad para establecer la estrecha relación que hay entre la pendiente de la recta secante a la curva y la razón de cambio de la función de la curva evaluada a partir de los mismos puntos utilizados en la pendiente de la recta secante cuando el cambio en el valor $\Delta t = t_2 - t_1$ se va aproximando a cero.

El objetivos es guiar a la reflexión y entendimiento que obtener la pendiente de la recta secante de una curva considerando una variación tal que $\Delta t \rightarrow 0$, y esto aproxima a la recta secante a una tangente con lo que las pendientes son aproximadamente iguales, asimismo, al calcular la razón de cambio de la función de la curva, evaluada en los mismos puntos también se aproxima al mismo valor.

Es una oportunidad para definir que la pendiente de la recta tangente es igual a determinar el límite de la razón de cambio de la función de la curva evaluada en los mismos puntos, cuando en el $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} f(t)$. Es decir

$$m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t_2)-f(t_1)}{\Delta t}$$

Resulta pertinente explicar al estudiantado que obtener la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto determinado es encontrar el concepto fundamental del cálculo diferencial: la derivada, y que en el contexto del problema que se está tratando, representa la tasa de cambio de la distancia respecto al tiempo, que en otras palabras, simplemente en ese punto, es la velocidad instantánea.

Cualquier función de la que se quiera conocer su pendiente en cualquier punto puede ser evaluada como un límite de su razón de cambio considerando que $\Delta t \rightarrow 0$, lo que comúnmente se conoce como la regla de los cuatro pasos, a través de la cuál podemos calcular la derivada de cualquier función.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(b)-f(a)}{\Delta x}$$

a partir de esta definición el personal docente, deberá establecer la relación con el cociente de Newton,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

para que el estudiantado note que son definiciones análogas, con notaciones distintas, pero representan lo mismo y con ello dar partida a la regla de los cuatro pasos.

Se sugiere al personal docente aplicar la regla de los cuatro pasos para obtener la derivada de la función, repitiendo este procedimiento para funciones pertinentes que lleven de forma intuitiva a la deducción de las reglas de derivación de funciones algebraicas.

Sesión 4

A partir de esta sesión es recomendable retomar la función que modela el problema para encontrar la expresión algebraica que nos permite encontrar la velocidad instantánea de la roca a través de la regla de los cuatro pasos.

$$f(t) = t^2 + \frac{3}{2}$$

Paso 1: Hacer un incremento en la función:

$$f(t + \Delta t) = (t + \Delta t)^2 + \frac{3}{2}$$

Paso 2: Restar a la función obtenida la función original

$$\begin{array}{rcl} f(t) + f(\Delta t) & = & t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2 + \frac{3}{2} \\ - f(t) & = & - t^2 \qquad\qquad\qquad - \frac{3}{2} \\ \hline f(\Delta t) & = & 2t\Delta t + \Delta t^2 \end{array}$$

Paso 3: Dividir respecto a la variable de variación.

$$\frac{f(\Delta t)}{\Delta t} = \frac{2t\Delta t + \Delta t^2}{\Delta t}$$

Paso 4: Evaluar el límite

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(\Delta t)}{\Delta t} = 2t + \Delta t$$

$$\frac{df(t)}{dt} = 2t$$

Una vez llegado este punto el personal docente haga una comparación con los valores encontrados anteriormente respecto a los resultados obtenidos con la expresión a la que se llegó, y proponer una variedad de problemas con base en su contexto, en los que desarrolle intuitivamente las reglas de derivación para funciones algebraicas.

Sugerencias para el personal docente

Considerar las siguientes estrategias:

1. Promover las interacciones entre pares como estrategia base de aprendizaje.
2. Que las y los estudiantes desarrollen paulatina y progresivamente sus capacidades de indagación y pensamiento crítico, observación, reflexión e investigación.
3. Retroalimentar las actividades y trabajos del estudiantado con el fin de orientarlos sobre sus avances y aspectos a mejorar en sus procesos de aprendizaje.
4. Fomentar que los estudiantes socialicen sus aprendizajes y los compartan.
5. Impulsar la elaboración de proyectos formativos en conjunto a través del diseño, la elaboración y el uso de plataformas educativas.

Momento 3. Evaluación formativa

La evaluación formativa es un proceso mediante el cual la comunidad docente reúne información acerca del logro del estudiantado en el desarrollo de la progresión y sus metas, así como: lo que el estudiantado sabe, interpreta y puede hacer, así como también, dar la retroalimentación que requiere para que mejore. Esta evaluación se lleva a cabo con el propósito de mejorar la enseñanza y el aprendizaje mientras la instrucción aún está en curso.

Sugerencia de evaluación de la propuesta

Para esta progresión se proponen una lista de cotejo para la valoración del alcance de metas propuestas en la progresión.

Criterio	Sí	No	Recomendaciones
Plantea la ecuación, modelo o función que va a solucionar.			
Entiende que datos debe utilizar y su relevancia para la solución de la situación-problema.			
Determina claramente la dirección en la que se desarrolla la solución de la situación-problema.			
Desarrolla adecuadamente los pasos que debe seguir para llegar a la solución.			
Llega a la solución del problema.			
Llega a la solución e interpreta el resultado.			

Progresión 7

Aplica y/o construye modelos para encontrar la solución de situaciones-problema de su contexto, usando la derivada como una herramienta que le permite interpretar y explicar fenómenos de variación estudiados por las ciencias considerando herramientas analíticas y/o tecnológicas en la modelación.

Desarrollo de la progresión

Momento 1. Identificación de la progresión

Progresión 7. Aplica y/o construye modelos para encontrar la solución de situaciones-problema de su contexto, usando la derivada como una herramienta que le permite interpretar y explicar fenómenos de variación estudiados por las ciencias considerando herramientas analíticas y/o tecnológicas en la modelación.

Categorías C2. Procesos de intuición y razonamiento. C3. Solución de problemas y modelación. C4. Interacción y lenguaje matemático.

Subcategorías de Procesos de intuición y razonamiento S1. Capacidad para observar y conjeturar.

Subcategorías de Solución de problemas y modelación S1. Uso de modelos, S2 Construcción de modelos. S3. Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.

Subcategorías de Interacción y lenguaje matemático S1. Registro escrito.

Metas de aprendizaje de procesos de intuición y razonamiento M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo. M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.

Metas de aprendizaje de solución de problemas y modelación M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto. M2. Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno. M4. Construye y plantea posibles soluciones a problemas de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.

Metas de aprendizaje de Interacción y lenguaje matemático M1. Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.

Momento 2. Diseñar una actividad

Propuesta 1

La siguiente actividad es una sugerencia didáctica que contiene la primera propuesta, por lo que cada docente podrá diseñar situaciones-problema de conformidad con su contexto y recursos disponibles. La presente progresión será desarrollada en tres sesiones de 1 hora cada una con la intervención del personal docente en las sesiones.

Sesión 1

Situación-problema (Propuesta 1). Hace un año, te propusiste ahorrar dinero para poder comprarte un celular, en 12 meses lograste ahorrar $10,582, pero no llevaste un registro de tu ahorro, sólo posees datos de tres meses como se muestra a continuación:

Mes del año pasado	Ahorro
Enero	$891
Julio	$891
Diciembre	$836

Tienes el propósito de volver ahorrar este año la misma cantidad ahora para comprar una laptop, sin embargo, necesitas saber en qué mes del año pasado fue que tuviste un mayor ahorro pues lograste tu meta y necesitas volver a hacerlo, pero no sabes cuánto dinero debes ahorrar cada mes. ¿En qué momento tuviste tu mayor ahorro? ¿de cuánto fue ese ahorro? ¿cuánto ahorraste por mes?

Al abordar este planteamiento se sugiere involucrar al estudiantado en la situación propuesta, además se pretende que la solución se desarrolle poco a poco, planteando cada paso como un reto para el estudiantado, llegando a que lo conjeture y concrete.

En la siguiente tabla se muestran los datos que nos proporciona el problema ahora establecidos como puntos de una función, pues, necesitamos obtener la expresión analítica de dicha función continua que modele la situación, misma que debe obtenerse del planteamiento, x representa el número de meses transcurridos, así,

Número de meses	**Ahorro**
x	$A(x)$
1	891
7	891
12	836

Nótese que la primera fila incluye el número de meses y en la segunda el ahorro logrado, solo se conocen tres puntos de una función.

Más aún, se debe considerar que los ahorros en los meses 1 y 7 son iguales y posteriormente hay un decrecimiento en el mes 12. Por otro lado el promedio del ahorro en estos meses es de,

$$\bar{x} = \frac{891+891+836}{3} = \frac{2618}{3} = 872.\bar{6}$$

Sin embargo, manteniendo este rendimiento promedio los 12 meses se obtendría un total de 10,472 pesos, es decir, una cantidad menor, por lo que deben existir momentos en donde el monto debe ser mayor pero se observa al mismo tiempo que del mes 7 al mes 12 hay un decrecimiento.

Se debe aprovechar esta situación clave para que el personal docente aplique conocimientos que el estudiantado ya posee o que ha estudiado previamente y le muestre cómo cobran sentido al momento de plantear este problema. Es importante mostrar cómo es que se da el proceso de modelación y cómo este requiere constantemente de ser una persona creativa, propositiva y que busca caminos que permitan avanzar en la solución. Conceptos como crecimiento, decrecimiento, el esbozo de gráficas y la derivada cobran mucho sentido para modelar esta situación y entenderla.

Además, es un momento clave para recuperar el Teorema de Rolle, se pretende que el personal docente en este apartado guíe este proceso y discusión y no se límite sólamente a la explicación.

Por el Teorema de Rolle dado que $A(1) = A(7) = 891$, se puede establecer que existe un valor c en el intervalo $[1, 7]$, tal que, $f'(c) = 0$, es decir, este punto de existencia que garantiza el Teorema es justamente el punto máximo de ahorro que nos interesa hallar.

Es así como se busca encontrar un valor de ahorro máximo entre los meses 1 y 7, pues considerando el ahorro promedio y el comportamiento que se tiene en los ahorros decreciente hacia el mes 12, debe existir entre los ahorros de los meses 1 y 7 un valor máximo de la función. En este sentido, el estudiantado debe observar que una función lineal no es útil para plantear el modelo, pues de considerar una función lineal no se podrían obtener ambos valores iguales en diferentes puntos del tiempo salvo fuera una línea constante, lo cual no es posible por el valor posterior en el mes 12, es decir, se necesita una función de mayor grado a 1, por lo que se propone una polinomial como modelo, la más sencilla, una cuadrática, particularmente una parábola con eje paralelo a y pues se necesita que la relación sea una función.

Sesión 2

En la segunda sesión se da continuidad a lo planteado previamente y el abordaje que ha considerado el estudiantado. Ahora es momento de llegar a obtener una expresión analítica para el modelo.

Se sugiere que el personal docente aproveche este momento para mostrar al estudiantado que al intentar modelar y dar solución a una problemática se encontrarán con este tipo de retos, en donde se debe dar uso del pensamiento matemático, por medio de la intuición y creatividad para observar qué herramienta es útil y proponer caminos creativos que permitan modelar y resolver el problema.

Aquí el personal docente debe intervenir de manera más presente y abordar al frente algunas herramientas propias de la geometría analítica como puede verse a continuación.

Proponemos a partir de la ecuación general de la parábola con vértice fuera del origen y eje paralelo a y,

$$4p(y - k) = (x - h)^2$$

Así, sustituyendo los primeros dos puntos que poseemos en x e y obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones,

$$4p(891 - k) = (1 - h)^2$$

$$4p(891 - k) = (7 - h)^2$$

A partir de aquí, el personal docente vuelve a ser un guía y permite al estudiantado continuar con todo el proceso algebraico que procede, guiando y haciendo anotaciones pertinentes, sin embargo, nuevamente este proceso no debe limitarse a una explicación.

Desarrollando las expresiones anteriores

$$3564p - 4pk = 1 - 2h + h^2$$

$$3564p - 4pk = 49 - 14h + h^2$$

resolviendo con el método de suma y resta,

$$0 = 48 - 12h \rightarrow h = 4$$

es decir, que el valor de h es 4, así ahora lo sustituimos en la primera ecuación del sistema de ecuaciones, obteniendo

$$4p(891 - k) = (1 - 4)^2$$

$$4p(891 - k) = 9$$

sin embargo, aún necesitamos hallar el valor de *y* y *p*, por lo que planteamos ahora, para el tercer punto conocido $(12, 836)$, así,

$$4p(836 - k) = (12 - 4)^2$$

$$4p(836 - k) = 64$$

así, uniendo esta expresión con la obtenida anteriormente, obtenemos un nuevo sistema de ecuaciones

$$4p(891 - k) = 9$$

$$4p(836 - k) = 64$$

resolviendo por el método de suma y resta,

$$3564p - 4pk = 9$$

$$3344p - 4pk = 64$$

$$220p =- 55 \rightarrow p =- \frac{1}{4}$$

con ello, ya que se halló, p, se procede a hallar k, sustituyendo:

$$4(-\frac{1}{4})(891 - k) = 9$$

$$-891 + k = 9 \rightarrow k = 900$$

Finalmente con los valores de k, h y p hallamos la expresión del modelo de segundo grado,

$$4(-\frac{1}{4})(y - 900) = (x - 4)^2$$

$$-y + 900 = x^2 - 8x + 16$$

$$y = -x^2 + 8x + 884.$$

Así, obtenemos la siguiente función que determina el ahorro mensual,

$$A(x) = -x^2 + 8x + 884.$$

Esta función determinará el ahorro en cada mes.

Sesión 3

En esta sesión se procede a concluir el desarrollo del problema, el personal docente recupera contenidos necesarios, como lo son los máximos y mínimos para dar partida a su conclusión.

Finalmente, se necesita hallar el punto máximo, para ello procederemos a hallar la derivada

$$A'(x) = -2x + 8$$

igualamos a cero para hallar el punto máximo local,

$$-2x + 8 = 0$$

$$x = \frac{-8}{-2} = 4$$

sustituímos el valor de $x = 4$ en la expresión,

$$A(4) =- (4)^2 + 8(4) + 884 =- 16 + 32 + 884 = 900$$

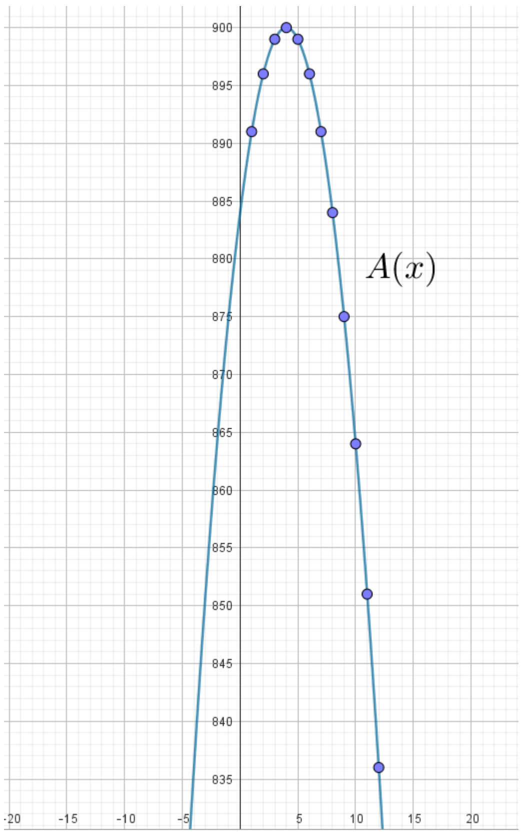
Es decir que, el ahorro máximo fue en el mes 4, abril, con un total de $900. Con apoyo de Software construir la gráfica y corroborar con el alumnado.

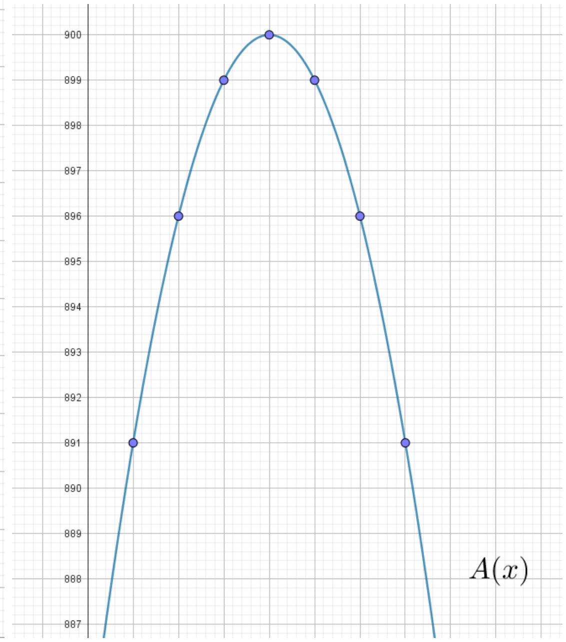
Sugerencias para el personal docente

1. Siempre buscar que los ejemplos provengan de las experiencias del estudiantado, para que aprecien que dado el enfoque correcto a una situación se puede plantear para generar datos y estudiarlos a través del cálculo diferencial.

2. Plantear actividades en cada progresión que sirvan como un anclaje para el desarrollo de las siguientes progresiones

3. En caso de no contar con las herramientas tecnológicas necesarias para cada estudiante, el personal docente puede hacer uso de ellas para mostrar su utilidad.





Finalmente se da respuesta a las preguntas al inicio planteadas que deben abordar primero en pares y compartir en plenaria con el estudiantado.

- ¿En qué momento tuviste tu mayor ahorro?
- ¿De cuánto fue ese ahorro?
- ¿Cuánto ahorraste por mes?

Se adjunta en el momento 3 más adelante una propuesta que puede ayudar como herramienta de evaluación formativa al problema, a manera de sugerencia.

Propuesta 2

La siguiente actividad es una sugerencia didáctica que contiene una segunda propuesta para la misma progresión, por lo que el personal docente podrá diseñar situaciones-problema de conformidad con su contexto y recursos disponibles. La presente progresión será desarrollada en tres sesiones de 1 hora cada una con la intervención del personal docente en las sesiones.

Sesión 1

Situación-problema. Se desean fabricar cajas (sin tapa) usando hojas de tamaño carta. ¿Cuáles deberán ser las dimensiones de esta para que el volumen de la caja sea el máximo?

El personal docente deberá formar equipos de 5-7 participantes y solicitará que por equipo se presente el material siguiente:

- 2 hojas tamaño carta del color de su preferencia.
- 1 vaso de plástico de 1 litro limpio (se sugiere reciclar los desechables).
- 1 kilo de cereal (que sea pequeño y del mismo tipo).

  *Se recomienda tener 3 vasos extra.

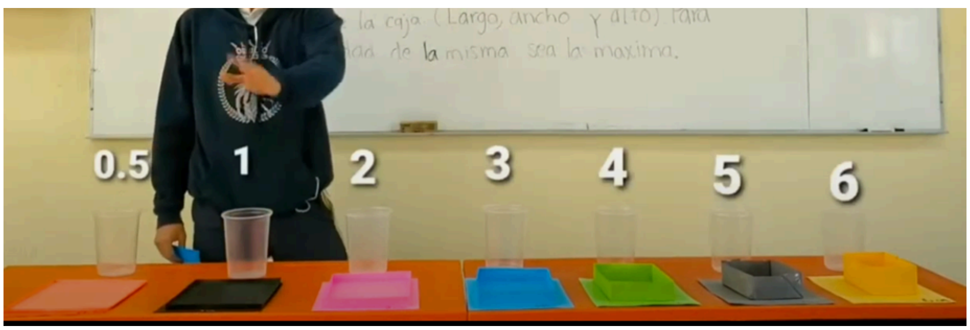
El personal docente solicitará al estudiantado que un miembro de cada equipo se encargue de tomar fotos y vídeos para posteriormente entregar una evidencia en la que se explique la actividad y comuniquen sus observaciones y conclusiones al resto del grupo, fomentando el trabajo en equipo en forma participativa, el desarrollo sociocognitivo, la creatividad, la autoevaluación y la coevaluación, al revisar el trabajo del resto de los equipos.

Posteriormente se plantean las siguientes preguntas detonadoras:

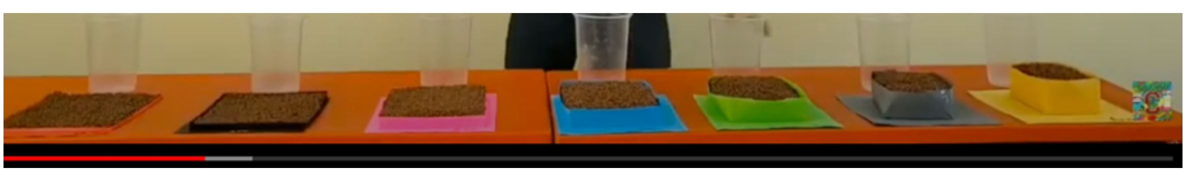
1. ¿Crees que al usar hojas iguales los volúmenes obtenidos serán iguales? ¿Por qué?
2. ¿Crees que la altura de la caja tendrá relación con el volumen de la caja? ¿Por qué?

Ahora, para desarrollar la actividad, se sugiere seguir los siguientes pasos:

1. Se indica a los equipos que elaboren una caja y se propone la altura de la misma a cada uno de ellos, las cuales irían desde: 0.5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, … centímetros.



2. Un representante de cada equipo llenará su caja con el cereal. Se selecciona a uno o dos estudiantes para que quiten el exceso.

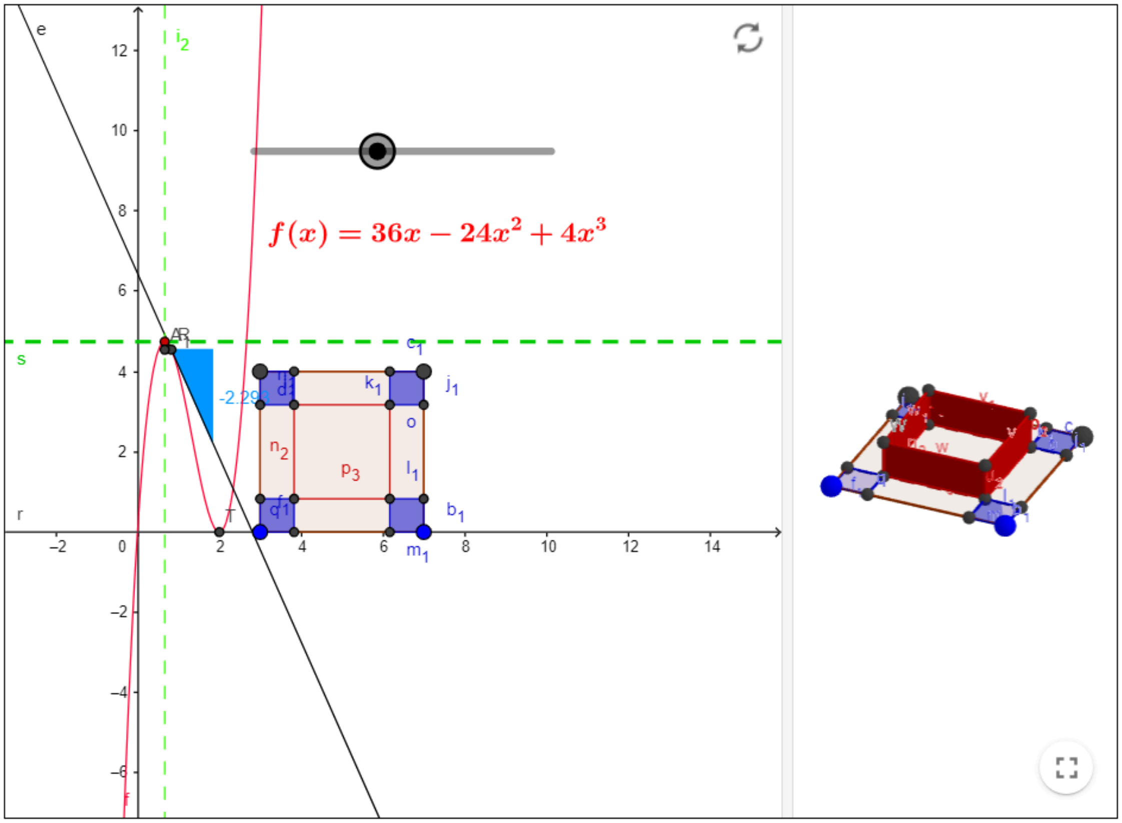


3. Después se vacía el contenido de cada contenedor en su respectivo recipiente de 1 litro y se recopilan los volúmenes y dimensiones de cada caja.

4. Se solicita al estudiantado sus observaciones y conclusiones con respecto a los resultados obtenidos, por ejemplo, que construyan una gráfica con los datos y la analicen, con ello determinar en qué caja (cuáles dimensiones) se presenta el volumen máximo.

Sesión 2

El personal docente retoma las observaciones y conclusiones de la actividad y propone otra forma de resolver el problema planteado el uso de métodos geométricos con el apoyo de los recursos materiales y digitales disponibles. A modo de ejemplo, https://www.geogebra.org/m/VmBdhhtx.



Con lo anterior se debe fomentar la participación del estudiantado para obtener un modelo matemático y el mismo participa tabulando y graficando la función usando recursos materiales o digitales disponibles (considerando que las dimensiones de una hoja tamaño carta son 27.9 x 21.7 cm).

$$V(x) = L(x) \cdot a(x) \cdot h(x)$$

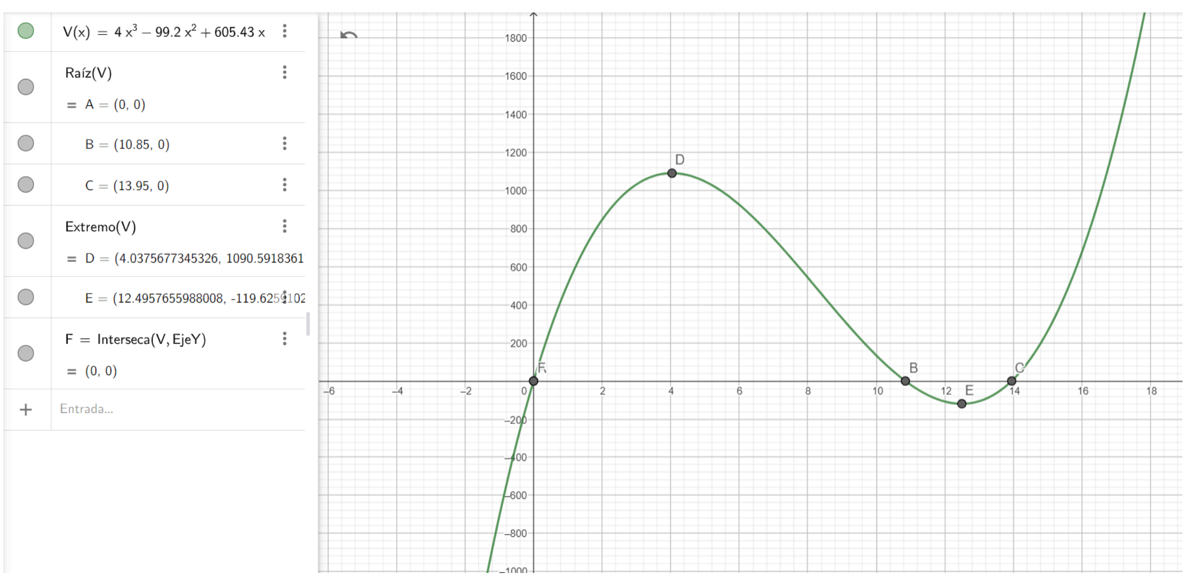
$$V(x) = (27.9 - 2x)(21.7 - 2x)(x)$$

$$V(x) = 605.43x - 55.8x^2 - 43.4x^2 + 4x^3$$

$$V(x) = 4x^3 - 99.2x^2 + 605.43x$$

Tabulación

$h(x)$ altura	$L(x)$ (lado)	$a(x)$ (ancho)	$V(x)$
1	25.9	19.7	510.23
2	23.9	17.7	846.06
3	21.9	15.7	1031.49
3.03	21.84	15.64	1034.98013
4.03	19.84	13.64	1090.58893
5	17.9	11.7	1047.15
6	15.9	9.7	925.38
8	11.9	5.7	542.64
9	9.9	3.7	329.67
12	3.9	-2.3	-107.64
12.49	2.92	-3.28	-119.624224



Finalmente se deberá propiciar la solución del problema usando la primera derivada para obtener máximos y mínimos para que el estudiantado observe, conjeture y concluya a partir de qué método se puede llegar a una solución más precisa de manera más eficaz.

Así, planteando el modelo y su derivada, se tiene,

$$V(x) = 4x^3 - 99.2x^2 + 605.43x$$

$$V'(x) = 12x^2 - 198.4x + 605.43$$

A partir de la cual puede hallarse el máximo de la función, a partir del uso de la fórmula general para solución de ecuaciones de segundo grado, este cálculo aritmético representa un reto aritmético.

Para reforzar el logro de las metas de aprendizaje se sugiere proponer al estudiantado algunas situaciones para que resuelvan ejercicios con la aplicación de máximos y mínimos u otro tipo durante la hora de estudio independiente.

Sesión 3

Se plantea ahora la siguiente situación al estudiantado:

En el marco de las fiestas decembrinas, la escuela está realizando un concurso de piñatas, para lo cual a cada grupo se le otorga un pedazo de cartón rectangular de 1 metro por 80 cm con el cual tendrán que elaborar un contenedor sin tapa que estará en el centro de la piñata donde se colocarán los dulces por la parte de afuera del contenedor cada grupo dará la forma creativa que desee. El grupo ganador será aquel que logre alcanzar el máximo volumen del contenedor con el pedazo de cartón que se le otorgó. ¿Qué tendría que hacer el grupo ganador para lograr el máximo volumen? ¿Cómo lo tendría que calcular? Haciendo uso de la primera derivada para el cálculo de máximos y mínimos, darle solución a la problemática propuesta, además de elaborar físicamente la piñata y entregar un reporte por escrito donde se muestran los cálculos para obtener el máximo volumen, así como la gráfica que lo demuestre.

Momento 3. Evaluación formativa

Es un proceso mediante el cual el docente reúne información acerca de lo que sus estudiantes saben, interpretan y pueden hacer y, a partir de ello comparan esta información con las metas de aprendizaje para brindarle al estudiantado sugerencias acerca de cómo pueden mejorar su desempeño.

Se lleva a cabo con el propósito de mejorar tanto la enseñanza como el aprendizaje durante el proceso de instrucción, aprovechando las producciones y ejecuciones del estudiantado como evidencias. La práctica en el aula se considera formativa en la medida en que el personal docente y el estudiantado interpretan y utilizan la evidencia de los logros para retroalimentar y tomar decisiones informadas sobre los siguientes pasos en la instrucción. Se espera que estas decisiones sean más efectivas que aquellas que se tomarían sin el análisis de la evidencia obtenida.

Sugerencia de evaluación de la Propuesta 1

Durante el transcurso de las sesiones se identifican tres fases importantes que pueden ser evaluados, la primera, cuando se plantea el problema, se recuperan datos y se establece la relación entre estos datos y la algebrización o propuesta de una función que lo modele, posteriormente una segunda fase donde se desarrolla el proceso algebraico y se obtiene la expresión analítica y la tercera donde se aborda el concepto de derivada para hallar el punto máximo y obtener las conclusiones.

Se muestra un instrumento como sugerencia para evaluar la propuesta didáctica previamente explicada.

Rubro	Nivel de excelencia	Nivel Esperado	En desarrollo	Sin Desarrollar	Obtenido
Entiende, Identifica y plantea	El estudiantado fue capaz de comprender lo que le solicita el problema, al identificar y escribir los datos o hipótesis proporcionados. Con esto plantea el problema y todo lo necesario (datos y fórmulas) para abordar un ataque o desarrollo.	El estudiantado fue capaz de comprender lo que se le solicita o requiere del problema, al identificar los datos proporcionados, pero no los escribe, sólo se remite a comenzar con el ataque del problema ya que los aborda durante el desarrollo, de manera mental o los borra.	El estudiantado comprende una parte de lo que se le solicita o requiere del problema, no identifica todos los datos o hipótesis proporcionados, por lo que no muestra un planteamiento del problema, sin embargo si logra proponer alguna solución.	El estudiantado no fue capaz de comprender lo que se le solicita o requiere del problema, no identifica los datos o hipótesis proporcionados, por lo que no realiza un planteamiento del problema. **Nota: También se ubicará al estudiantado en este nivel de logro en caso de no realizar ningún planteamiento, ni anotar ningún dato o no realizar absolutamente nada.**	

Rubro	Nivel de excelencia	Nivel Esperado	En desarrollo	Sin Desarrollar	Obtenido
Da una solución	Plantea un modelo y concluye su proceso dando una solución correcta, simplificada, limpia y sin tener error alguno, además de escribir las unidades en caso de requerir, la interpreta para darle solución al problema y explica dicha interpretación dando una conclusión .	Plantea un modelo y concluye su proceso dando una solución correcta, puede no incluir las unidades y puede no estar simplificada, la interpreta para solucionar el problema, pero puede no la explica o no concluye.	Plantea un modelo y concluye su proceso dando una solución aproximada o incorrecta con una variación mínima o el resultado es parecido puede no contener unidades.	Plantea un modelo y concluye su proceso dando una solución incorrecta que varía, pero que por el proceso, si tiene alguna relación con el resultado correcto, no contiene unidades. **Nota: También se ubicará al estudiantado en este nivel de logro en caso de no construir el modelo o no concluir su proceso o concluye con una solución incorrecta que no tiene ninguna relación con el resultado correcto o no pone solución.**	

Rubro	Nivel de excelencia	Nivel Esperado	En desarrollo	Sin Desarrollar	Obtenido
Procede a resolver	El estudiantado desarrolla un ataque considerando todos los datos proporcionados, y el cual es óptimo (es decir, el más fácil y rápido usando las herramientas aprendidas en el aula) para llevarlo a la solución, lo desarrolla con limpieza y jerárquicamente, además de explicar con detalle lo que hace en cada paso.	El estudiantado desarrolla un ataque considerando todos los datos proporcionados, y el cual lo lleva a la solución, lo desarrolla con limpieza y jerárquicamente, sin embargo, no explica completamente lo que hace en cada paso (explica entre el 90% y 60% del proceso) y no es el proceso óptimo de solución.	No escribe el desarrollo completo, es incapaz de explicar el 41% o más, o desarrolla un ataque el cual contiene un error lo que lo lleva a una solución incorrecta, ya sea porque planteó mal el ejercicio o por que cometió errores anteriores.	No escribe el desarrollo o parece no saber como escribirlo, es incapaz de explicar el 60% o más, o lo desarrolla un ataque el cual contiene más de dos errores lo que lo lleva a una solución incorrecta, ya sea porque planteó mal el ejercicio o por que cometió errores anteriores. **Nota: También se ubicará al estudiantado en este nivel si es incapaz de realizar cualquier tipo de solución o desarrollar un ataque.**	

Sugerencias para el personal docente

Como parte del proceso metacognitivo donde las y los estudiantes deben autoevaluarse y coevaluarse se sugiere tener presente preguntas como:

- ¿A dónde voy? (lo cual permite establecer reglas)
- ¿Cómo voy? (esto favorece el monitoreo del aprendizaje)
- ¿A dónde ir ahora? (aquí se requiere la revisión de su trabajo y ajustes necesarios)
- ¿Para qué me sirve lo que acabo de aprender? (lo que otorga relevancia a los aprendizajes)
- ¿Cómo trabajó mi compañero?, ¿Cómo podemos mejorar como equipo? (lo que promueve una interacción entre pares)

Considerar las siguientes sugerencias respecto a la evaluación:

1. Dar a conocer los propósitos educativos y los criterios de logro o metas de aprendizaje con el estudiantado.
2. Diseñar e implementar actividades que evidencien lo que el alumnado está aprendiendo.
3. Realizar una evaluación final y sumativa en la que se explique al estudiantado en qué consiste la valoración del producto designado.
4. Ofrecer retroalimentaciones formativas sobre los productos que estén elaborando.
5. Retroalimentar las actividades considerando la evaluación formativa con el fin de mostrar al estudiantado sus avances y sus mejoras

Sugerencia de evaluación formativa de la Propuesta 2

Durante el transcurso de las sesiones se identifican tres fases importantes que pueden ser evaluados, el primero, cuando se realiza el planteamiento de la situación-problema, con el cual se quiere interiorizar al estudiantado en la observación, interpretación y explicación de un fenómeno de variación, en este caso, la altura de la caja que incide en el volumen obtenido de la misma, y que permite observar el fenómeno de variación en forma visible.

En la segunda fase se recuperan datos y se establece la relación entre los mismos y la algebrización o propuesta de una función que lo modele considerando herramientas analíticas y/o tecnológicas en la modelación, y posteriormente, donde se aborda el concepto de derivada para hallar el punto máximo,, haciendo uso de la primera derivada, abordando también ejercicios tipo como aplicación.

En una tercera fase, como cierre, se planteó un problema contextualizado en el cual los estudiantes apliquen todo lo aprendido sobre máximos y mínimos por medio de la primera derivada, además de que aprendan a trabajar en equipo y desarrollen su creatividad.

Se muestran listas de cotejo como sugerencia para evaluar la situación, la primera lista se sugiere como evaluación de la primera fase y la segunda lista de cotejo como sugerencia a la tercera fase.

Lista de cotejo para evaluar el Vídeo (Volumen máximo de cajas)			
Criterio	**Sí**	**No**	**Sugerencias o recomendaciones**
Contenido			
Presentación del contenido			
Edición y audio			
Originalidad y creatividad en el diseño del video.			

Lista de cotejo para evaluar la actividad de la piñata			
Criterio	**Sí**	**No**	**Sugerencias o recomendaciones**
Creatividad en el diseño			
Utiliza materiales reciclados			
Cumple con las medidas del contenedor			
Que el contenedor alcance el máximo volumen			
Una hoja descriptiva de los cálculos (usando la derivada) que realizaron y su gráfica para alcanzar el máximo volumen			

VII. Recursos didácticos

Las siguientes fuentes de información constituyen sugerencias de apoyo para el abordaje de las progresiones, no son limitativas, ni restrictivas. El personal docente podrá usar estas y también podrá utilizar las que considere adecuadas según sus necesidades y contexto.

Básica

- Leithold, L. (1994). *El cálculo*. Oxford University Press. ISBN: 9706131825.
- Granville W. A. (1997), *Cálculo Diferencial e Integral*. Limusa Noriega Editores. ISBN: 968181178X.
- Stewart, J. (2018). Cálculo de una variable: trascendentes tempranas. Cengage Learning México. ISBN: 9786075265505.
- CONAMAT (2009). *Matemáticas simplificadas*. Pearson educación. ISBN: 9786074423488.
- Ayres, F. (2013). *Cálculo*. McGraw Hill. ISBN: 9781456203276.

Complementaria

- Adams, R. (2009). *Cálculo*. Pearson. ISBN 9788478290895.
- Apostol, T. (2006). *Cálculo de una variable con funciones de una variable con una introducción al Álgebra Lineal*. Reverté. ISBN 9788429150025.
- Barnett, R. (2012). *Precálculo: funciones y gráficas*. Cengage Learning. ISBN: 9789781322242.
- Cantoral, R. (2014). *Precálculo, un enfoque visual*. Pearson. ISBN: 9786073223300.
- Demana, F. (2007). *Precálculo: gráfico, numérico, algebraico*. Addison Wesley Longman. ISBN: 9789702610168.
- Imaz , C. y Moreno, L. (2013). *Cálculo. Su evolución y enseñanza*. Trillas ISBN: 9786071717481.
- Larson R. (2018). Matemáticas I Cálculo diferencial. CENGAGE. ISBN: 9786075266480.
- Larson, R. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias*. Cengage Learning. ISBN: 9786075266848.
- Larson, R. (2023). *Cálculo Diferencial*. Cengage Learning. ISBN: 9786075701677.
- Leithold, L. (2003). *Matemáticas previas al cálculo*. Oxford University Press. ISBN: 9789706131829.
- Salinas, P. et. al. (2013). Cálculo Aplicado: competencias matemáticas a través de contextos. Tomo I. México: Cengage Learning.
- Silva, J. (2010). *Fundamentos de Matemáticas: álgebra, trigonometría, geometría analítica y cálculo*. Limusa. ISBN 9789681867591.
- Smith, R. (2019). *Cálculo de una variable con trascendentes tempranas*. McGraw Hill. ISBN 9781456269937.
- Stewart, J. et al. (2024). *Precálculo: Matemáticas para el cálculo*. Cengage. ISBN 9786075702094.
- Swokowski, E. y Cole, J. (2018). *Precálculo: Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Cengage Learning. ISBN:9786077254867.
- Swokowski, E. (1989). Cálculo con geometría analítica. Grupo editorial Iberoamérica. ISBN: 9687270438.

- Thomas, G. (2015). *Cálculo. de una variable & AccMymathlab*. Pearson Educación. ISBN 9789702627869.
- Wisniewski, P. (2015). Cálculo diferencial e Integral. Matemáticas VI. Trillas. ISBN 9786071722720.
- Zill, D. y Dewar, J. (2012). *Precálculo con avances de cálculo*. McGraw Hill. ISBN: 9786071507150.
- Zill, D., Wright, W.S. (2011). Cálculo de una variable: Trascententes tempranas. McGraw-Hill. ISBN 9786071505019.

Electrónica:

- El Aula Enriquecida con Tecnología Digital https://www.imat-x.com/aetd
- Cálculo diferencial e Integral. Libro Interactivo. Módulo II https://www.mycdisenos.com/lia_calculo2/
- Cálculo diferencial Interactivo https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/materiales_didacticos/Libro_Calculo_Diferencial-JS/index.html
- Cálculo diferencial. Libro Interactivo. Módulo I https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/materiales_didacticos/Calculo_Diferencial_e_Integral_I/index.html
- Cálculo diferencial. Khan Academy https://es.khanacademy.org/math/differential-calculus
- Geogebra. Graficador y herramienta para geometría https://www.geogebra.org/?lang=es
    - **Límite.** *El interactivo permite desarrollar la noción de límite de manera visual.* https://www.geogebra.org/m/kkxjmgmf
    - **Límites laterales.** *Exploración visual de límite por la derecha y límite por la izquierda para funciones a trozos.* https://www.geogebra.org/m/R4A9HcAS
    - **Skater.** *Exploración conceptual de la derivada.* https://www.geogebra.org/m/ZhrFZgAs

- **La diferencial.** *Una interpretación visual de la diferencial.* https://www.geogebra.org/m/myzqtcg2
- **Derivadas e Integrales.** *Generador de ejercicios para obtener derivadas e integrales inmediatas.* https://www.geogebra.org/classic/cdxj6vwc

- WolframAlpha. Software y herramienta poderosa para el desarrollo de matemáticas en general. https://www.wolframalpha.com/
- Aplicacion para celular calculadora para cálculo diferencial y cálculo integral "Symbolab" https://es.symbolab.com/
- Recursos didacticos para profesores https://appsparaprofes.com/tabla/

VIII. Rol docente

Realizar una evaluación final y sumativa en la que se explique al estudiantado en qué consiste la valoración del producto designado.

- Compartir los propósitos educativos y los criterios de logro o metas de aprendizaje con tus estudiantes.
- Diseñar e implementar actividades que evidencien lo que el alumnado está aprendiendo.
- Ofrecer retroalimentaciones formativas sobre los productos que estén elaborando.
- Mediador del aprendizaje.
- Promotor del pensamiento crítico y guía del estudio independiente.

Como parte del proceso metacognitivo donde las y los estudiantes deben autoevaluarse y coevaluarse se sugiere tener presente preguntas como:

- ¿A dónde voy? (que permite establecer reglas)
- ¿Cómo voy? (favorece el monitoreo del aprendizaje)
- ¿A dónde ir ahora? (donde requiere la revisión de su trabajo y ajustes necesarios)
- ¿Para qué me sirve lo que acabo de aprender? (otorga relevancia a los aprendizajes)
- ¿Cómo trabajó mi compañero?
- ¿Cómo podemos mejorar como equipo?

IX. Rol del estudiantado

El rol del estudiantado en el proceso educativo no se limita simplemente a recibir información y repetirla, sino que debe ser un agente activo en la construcción de su propio conocimiento y de su identidad. En este sentido, no sólo se trata de aprender a leer y escribir; implica aprender a narrar y comprender su propia vida, tanto como autor o autora de su historia personal, como testigo de su contexto social y cultural. Este proceso es fundamental para que el estudiantado se convierta en un sujeto consciente y crítico de su realidad.

La educación es un motor de transformación social, pero también puede perpetuar las desigualdades existentes al tratar a todos y todas por igual sin considerar la diversidad inherente al estudiantado. La educación debe empoderarles, dándoles las condiciones necesarias para reconocer y cuestionar las desigualdades que les rodean.

Si las y los estudiantes son insertados en una educación que no considera su clase, sexo, género, etnia, lengua, cultura, capacidad, condición migratoria, religión o cualquier otro aspecto de su identidad, es muy probable que se apropien de la idea de que “la escuela no es para ellos y ellas”, ya que se enfrentarían constantemente a comentarios o actitudes que les califican de incapaces, ignorantes, indolentes o inútiles terminando por creerlo y asumirlo como verdad. Esta autodesvalorización es una barrera significativa para su desarrollo ya que puede llevar a creer que el conocimiento y la sabiduría pertenecen únicamente a las y los "profesionales" y no reconocen el valor de su propio conocimiento y experiencia.

El rol de las y los estudiantes, entonces, debe ser el de un sujeto activo que desafía y transforma estas narrativas opresivas que fomentan las desigualdades. Debe aprender a valorar su propia voz y experiencia, y a reconocer su capacidad para conocer y transformar su realidad. La educación debe ser un proceso liberador que les permita verse a sí mismos o mismas como agentes de transformación social, capaces de escribir su propia historia y de participar activamente en la construcción de una sociedad más justa y humana.

X. Tecnologías de la Información, Comunicación, Conocimiento y Aprendizaje Digital (TICCAD)

La implementación de las TICCAD en la planeación didáctica representa una oportunidad para enriquecer la experiencia educativa, al facilitar el desarrollo de las habilidades, saberes y competencias digitales, potenciar la creatividad y motivación del estudiantado y favorecer la labor del profesorado. (Aprende.mx, 2022).

Al transversalizar el uso de las TICCAD, se busca integrar sus herramientas de manera horizontal a lo largo de todas las Unidad de Aprendizaje Curricular, en lugar de relegarlas a un recurso sociocognitivo específico. Esto permite que las y los estudiantes desarrollen habilidades digitales de manera progresiva y coherente a lo largo de su formación académica, independientemente del área de conocimiento en la que se encuentren.

No obstante, resulta crucial que la integración de las TICCAD se realice considerando las particularidades de cada plantel, su infraestructura, el nivel de competencia digital del personal docente y el estudiantado, así como los recursos disponibles. De esta manera, se garantiza que estas herramientas se utilicen de manera efectiva y se maximice su impacto en el proceso educativo.

Al integrar las TICCAD en la planeación didáctica de acuerdo con las posibilidades de cada plantel, las y los docentes pueden enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, promoviendo la participación activa de sus estudiantes, fomentando el pensamiento crítico y creativo, y facilitando el acceso a una educación de excelencia para todos y todas.

XI. Referencias

ACUERDO número 09/05/24 que modifica el diverso número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior. Secretaría de Educación Pública. DOF. (2024) Fecha de citación [06-06-2024]. Disponible en formato HTML: https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5729564&fecha=05/06/2024#gsc.tab=0Aprende.mx. (1 de mayo de 2022). TICCAD. Nueva Escuela Mexicana. Recuperado de: https://nuevaescuelamexicana.sep.gob.mx/detalle-recurso/20711/

ACUERDO número 09/08/23 por el que se establece y regula el Marco Curricular Común de la Educación Media Superior. Secretaría de Educación Pública. DOF. (2023) Fecha de citación [11-01-2024]. Disponible en formato HTML: https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5699835&fecha=25/08/2023#gsc.t

Dirección General del Bachillerato. (2023). *Orientaciones para la Evaluación del Aprendizaje*. DGB.

Dirección General del Bachillerato. (2024). *Orientaciones Psicopedagógicas para la Elaboración de Programas de Estudio y Progresiones de Aprendizaje*. DGB.

Subsecretaría de Educación Media Superior. (2023f). *Progresiones de Aprendizaje del Recurso Sociocognitivo Pensamiento Matemático I, II y III*. SEP.

Glosario

- **Situación-problema:** Es aquella en la que el personal docente o estudiantado, individualmente o en grupo, contextualiza la información a fin de resolver una situación cuya solución no es evidente a priori en el abordaje de la progresión, enfatizando que se consigan llegar a la metas establecidas.

Créditos

Elaboradores y elaboradoras

José Alfredo Zavaleta Viveros

Colegio de Bachilleres del Estado de Veracruz

Jesús Andrés Vilchis León

Centro de Estudios de Bachillerato 6/7 "Gabino Barreda"

Rebeca Valle Hernández

Centro de Estudios de Bachillerato 6/1 "Aguascalientes"

Claudia Carranza Quiroz

Centro de Estudios de Bachillerato 5/4 "Profr. Rafael Ramírez"

José Daniel Olguín Ángeles

Centro de Estudios de Bachillerato 6/16 "Lic. Benito Juárez"

Nora Hilda Reyes Ramírez

Colegio de Bachilleres del Estado de Veracruz, plantel 68 Coatzacoalcos II

Carlos Abel Eslava Carrillo

Preparatoria Federal "Lázaro Cárdenas" 1/1

José Manuel Guerrero Castillo

Preparatoria Federal "Lázaro Cárdenas" 1/2

Emmanuel Fernando Rubio Castro

Centro de Estudios de Bachillerato 6/13 "Lic. Jesús Reyes Heroles"

José Lorenzo Sánchez Alavez

Centro de Estudios de Bachillerato 4/1 "Mtro. Moisés Sáenz Garz

Damián San Agustín Ríos

Centro de Estudios de Bachillerato 6/7 "Gabino Barreda"

Davy Alejandro Pérez Chan

Colegio de Bachilleres del Estado de Yucatán

Personal académico de la Dirección General del Bachillerato que coordinó

Jorge Alejandro Rangel Sandoval

Brenda Nalleli Durán Orozco

Fanny Casas Cortés

Mercedes Gabriela Castro Nava

Héctor Franco Gutiérrez

Juan Miguel Hernández González

La construcción de estas Progresiones de Aprendizaje no hubiera sido posible sin la valiosa contribución y retroalimentación de las y los docentes de Educación Media Superior a lo largo de todo el país.

La Dirección General del Bachillerato agradece y reconoce a todas las personas que colaboraron en la construcción de este documento con sus valiosas aportaciones.

EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

DGB